MECÂNICA DOS SOLOS II

Acréscimos de Tensão no Solo

Aula 4 - Notas de aula

Prof. Zeide Nogueira Furtado

Distribuição de Tensão no Solo

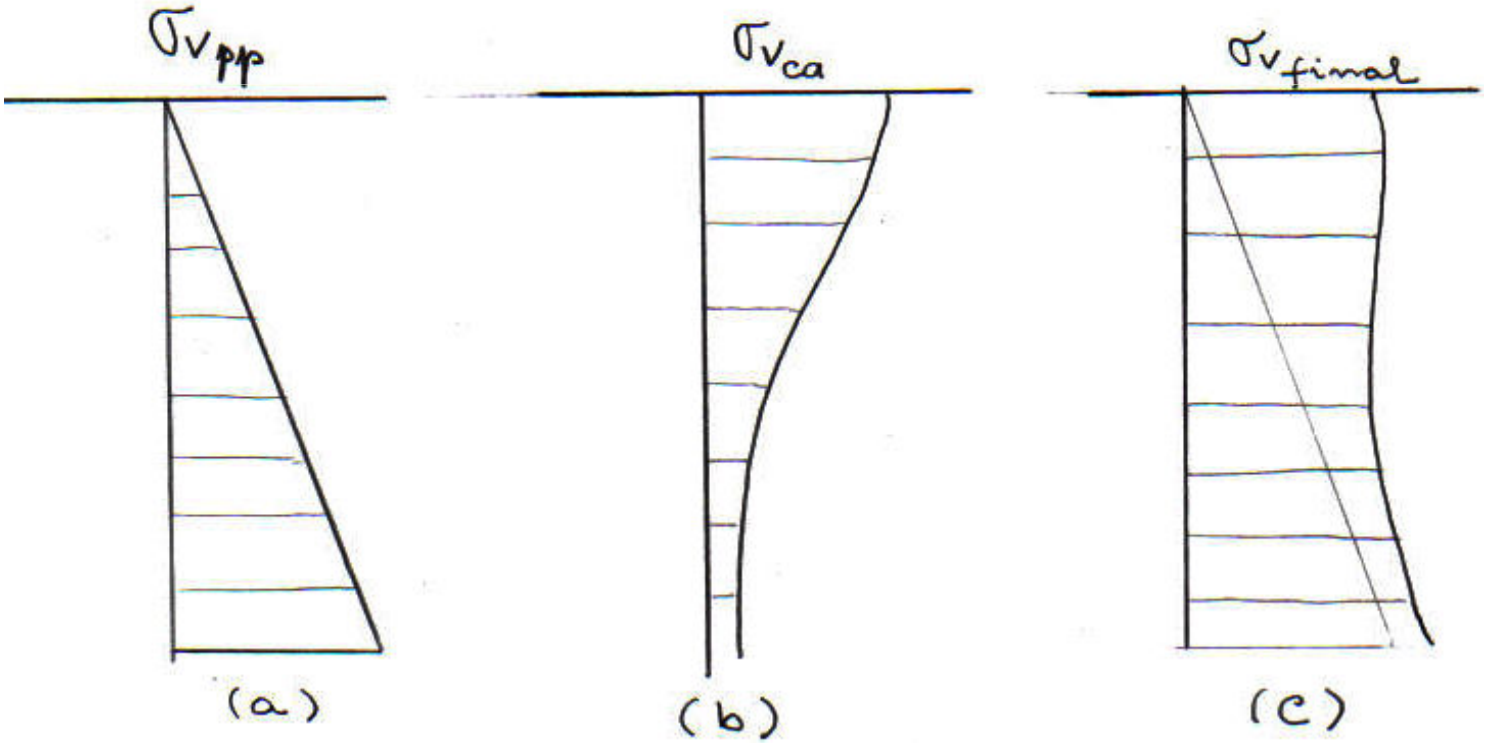
As pressões (tensões) existentes nos maciços terrosos decorrem :

- Peso próprio do solo (pressões virgens);
- Cargas estruturais aplicadas (pressões induzidas)

ACRÉSCIMOS DE TENSÃO NO SOLO

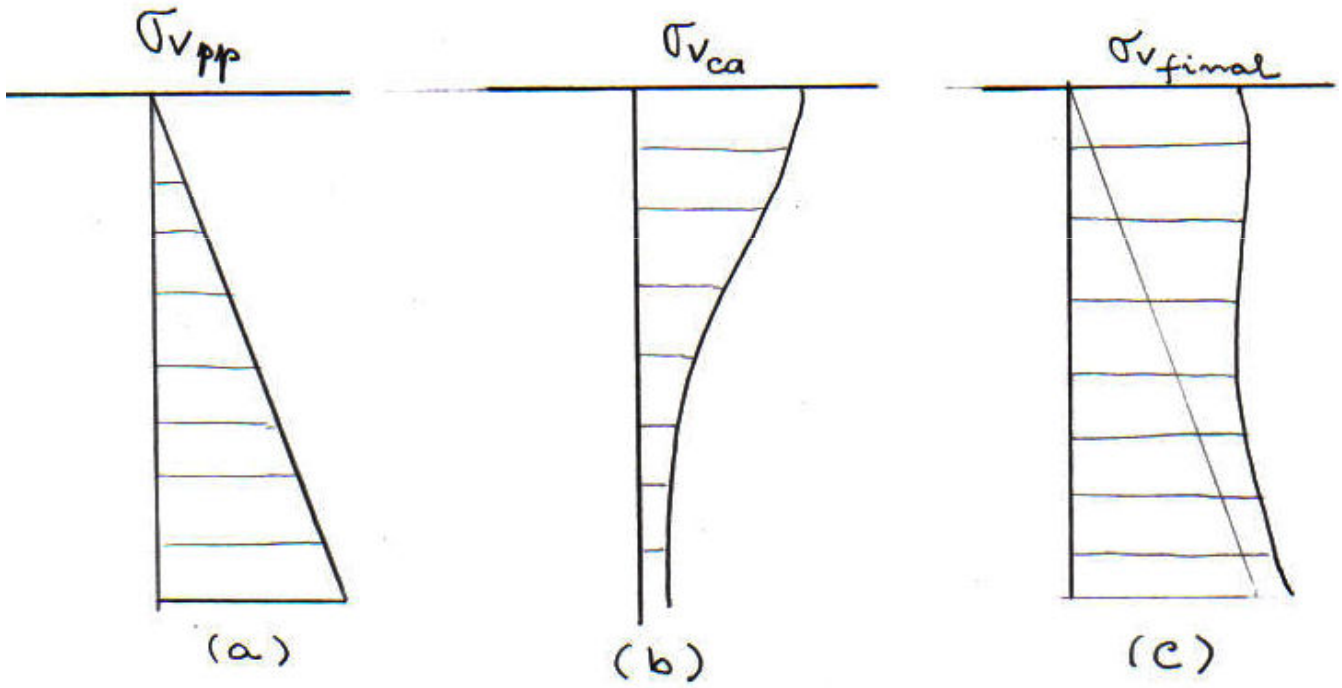
Em termos de <u>diagrama final de tensões verticais totais</u>, considerado um carregamento, no eixo de uma fundação tem-se:

- a sobreposição dos efeitos (soma) das tensões (figura c) devidas :
  - ao peso próprio dos solos (figura a);
  - um carregamento aplicado (figura b).

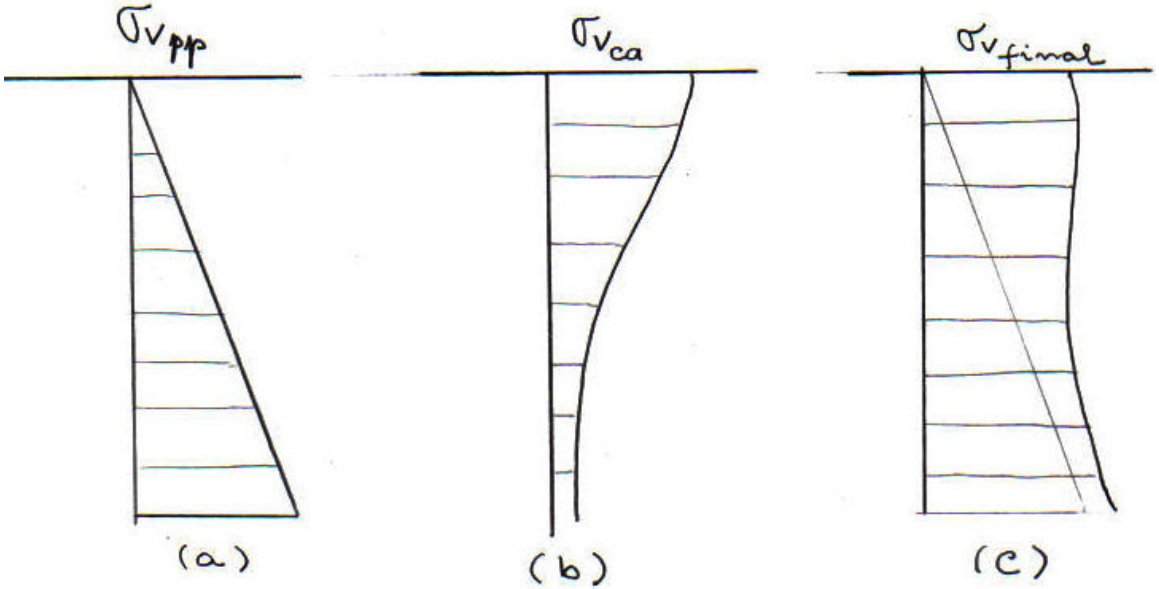


ACRÉSCIMOS DE TENSÃO NO SOLO

Observa-se que os maiores valores ocorrem nas proximidades do carregamento (região onde também ocorrem as maiores deformações)



Distribuição de Tensão no Solo



ACRÉSCIMOS DE TENSÃO NO SOLO

FÓRMULAS PARA CÁLCULO

Algumas fórmulas matemáticas, de diferentes autores permitem o cálculo dos acréscimos de tensões verticais no solo conforme o tipo de carregamento:

- ***Carga concentrada***
- ***Carga uniformemente distribuída em uma faixa***
- ***Carga distribuída sobre uma placa retangular***
- ***Hipótese Simples – Espraiamento de tensões***
- ***Outras :***
- ***Carga distribuída sobre uma placa circular***
- ***Carregamento Triangular***

ACRÉSCIMOS DE TENSÃO NO SOLO

FÓRMULAS PARA CÁLCULO

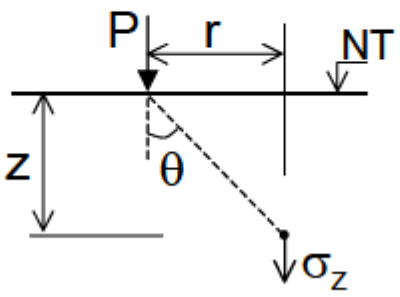
Cálculo dos acréscimos de tensões verticais no solo.

- ***Carga concentrada (pontual)– Solução de Boussinesq***

Admite constante o módulo de elasticidade E = cte (Estrutura flexível)

SOLUÇÃO DE BOUSSINESQ

A equação de Boussinesq determina os acréscimos de tensões verticais devidos a uma carga pontual aplicada na superfície.

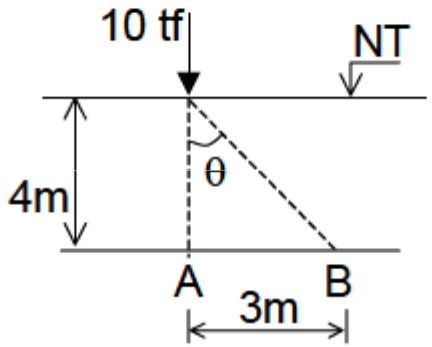


$$\boxed{\sigma_z = \frac{3 \cdot P}{2 \cdot \pi \cdot z^2} \times \cos^5 \theta}$$

$$Ou \quad \sigma_z = \frac{P}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{3 \cdot z^3}{\left(r^2 + z^2\right)^{5/2}}$$

Carga concentrada – Solução de Boussinesq

: Utilizando a solução de Boussinesq, determinar os acréscimos de pressão nos pontos A e B.



Solução:

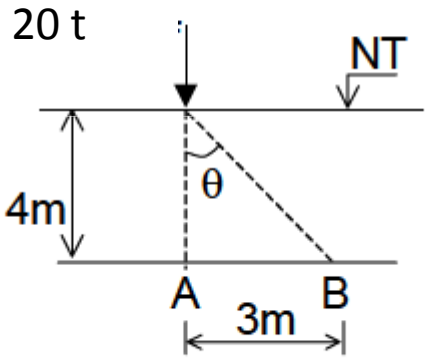
$$\text{tg}\theta = \frac{3}{4} \Rightarrow \theta = 36,87^\circ$$

$$\sigma_{zA} = \frac{3 \cdot 10}{2 \cdot \pi \cdot 4^2} \times \cos^5 0^\circ = \underline{\underline{0,298}}\ tf/m^2$$

$$\sigma_{zB} = \frac{3 \cdot 10}{2 \cdot \pi \cdot 4^2} \times \cos^5 (36,87)^\circ = \underline{\underline{0,098}}\ tf/m^2$$

Carga concentrada – Solução de Boussinesq

Utilizando a solução de Boussinesq, determinar os acréscimos de pressão nos pontos A e B.



Solução:

$$\text{tg}\,\theta = \frac{3}{4} \Rightarrow \theta = 36,87^\circ$$

$$\sigma_{zA} = \frac{3 \cdot 10}{2 \cdot \pi \cdot 4^2} \times \cos^5 0^\circ = \underline{\underline{0,298}}\ tf/m^2$$

$$\sigma_{zB} = \frac{3 \cdot 10}{2 \cdot \pi \cdot 4^2} \times \cos^5 (36,87)^\circ = \underline{\underline{0,098}}\ tf/m^2$$

ACRÉSCIMOS DE TENSÃO NO SOLO

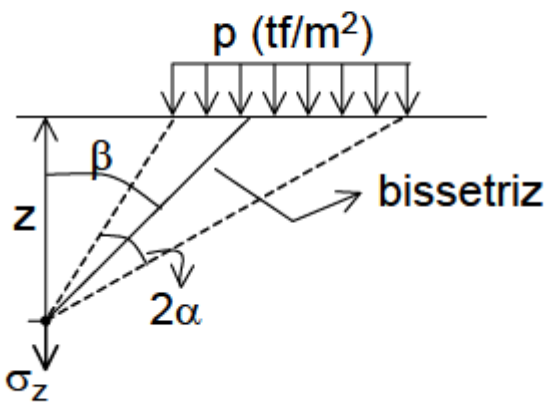
FÓRMULAS PARA CÁLCULO

Cálculo dos acréscimos de tensões verticais no solo.

- ***Carga distribuída ao longo de uma faixa-Solução de Carothers***

SOLUÇÃO DE CAROTHRES

Determina os acréscimos de tensões verticais devidos a um carregamento uniformemente distribuído ao longo de uma faixa de comprimento infinito e largura constante.



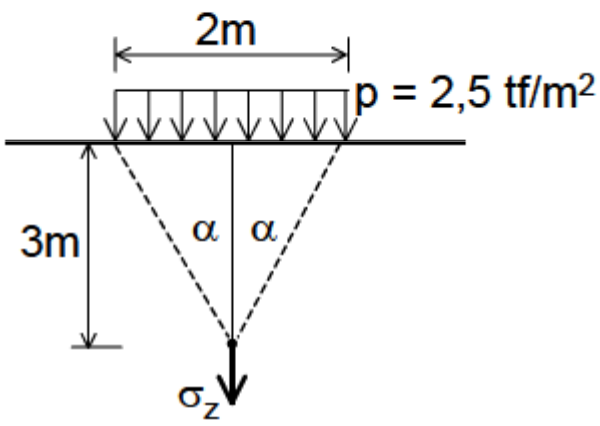
$$\sigma_z = \frac{p}{\pi} \cdot (\text{sen}2\alpha \cdot \cos 2\beta + 2\alpha)$$

No eixo da carga tem-se:

$$\sigma_z = \frac{p}{\pi} \cdot (\text{sen}2\alpha + 2\alpha)$$

Sendo α em radianos.

Uma fundação em sapata corrida com 2m de largura é carregada uniformemente por uma tensão igual a 2,5 tf/m^2 termine os acréscimos de tensão vertical (σ_z) devido ao carregamento em um ponto situado a 3 m abaixo do centro da fundação.



Solução:

$$\sigma_z = \frac{p}{\pi} \cdot (\text{sen}2\alpha + 2\alpha)$$

α em radianos.

Neste caso: $\beta = 0$

$$tg\alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow \alpha = 18,43^\circ$$

$$2\alpha = 36,86^\circ = 0,643\ rad$$

$$sen2\alpha = 0,600$$

$$\sigma_z = \frac{2,5}{\pi} \cdot (0,600 + 0,643) = \underline{\underline{0,989}}\ tf/m^2$$

$$1 \text{ grau } = \frac{\pi}{180}\ radianos$$

ACRÉSCIMOS DE TENSÃO NO SOLO

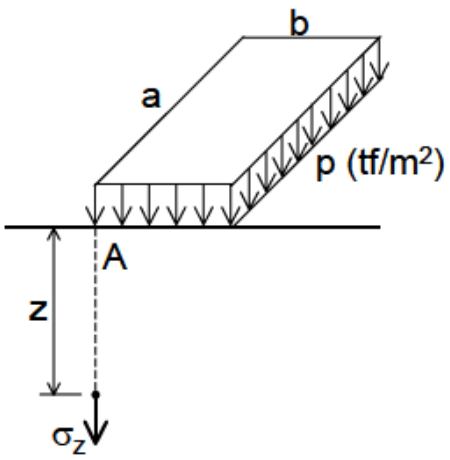
FÓRMULAS PARA CÁLCULO

Cálculo dos acréscimos de tensões verticais no solo.

- ***Carga distribuída sobre uma placa retangular -Solução de Steinebrenner***

SOLUÇÃO DE STEINBRENNER

Steinbrenner construiu um gráfico integrando a fórmula de Boussinesq que permite a determinação de σ_z a uma profundidade z abaixo do vértice A de um retângulo de lados *a* e *b* (a > b), uniformemente carregado por uma tensão *p*.



Solução Steinbrenner

Equação de Boussinesq

$$\sigma_z = \frac{P}{2\cdot\pi}\cdot\frac{3\cdot z^3}{\left(r^2+z^2\right)^{5/2}}$$

O ábaco de Streinbrenner é a solução gráfica da seguinte equação:

$$\sigma_z = \frac{p}{2\pi}\left\{arctg\left[\frac{b}{z}\cdot\frac{a\left(a^2+b^2\right)-2az\left(R-z\right)}{\left(a^2+b^2\right)\left(R-z\right)-z\left(R-z\right)^2}\right]+\frac{bz}{b^2+z^2}\cdot\frac{a\left(R^2+z^2\right)}{\left(a^2+z^2\right)R}\right\}$$

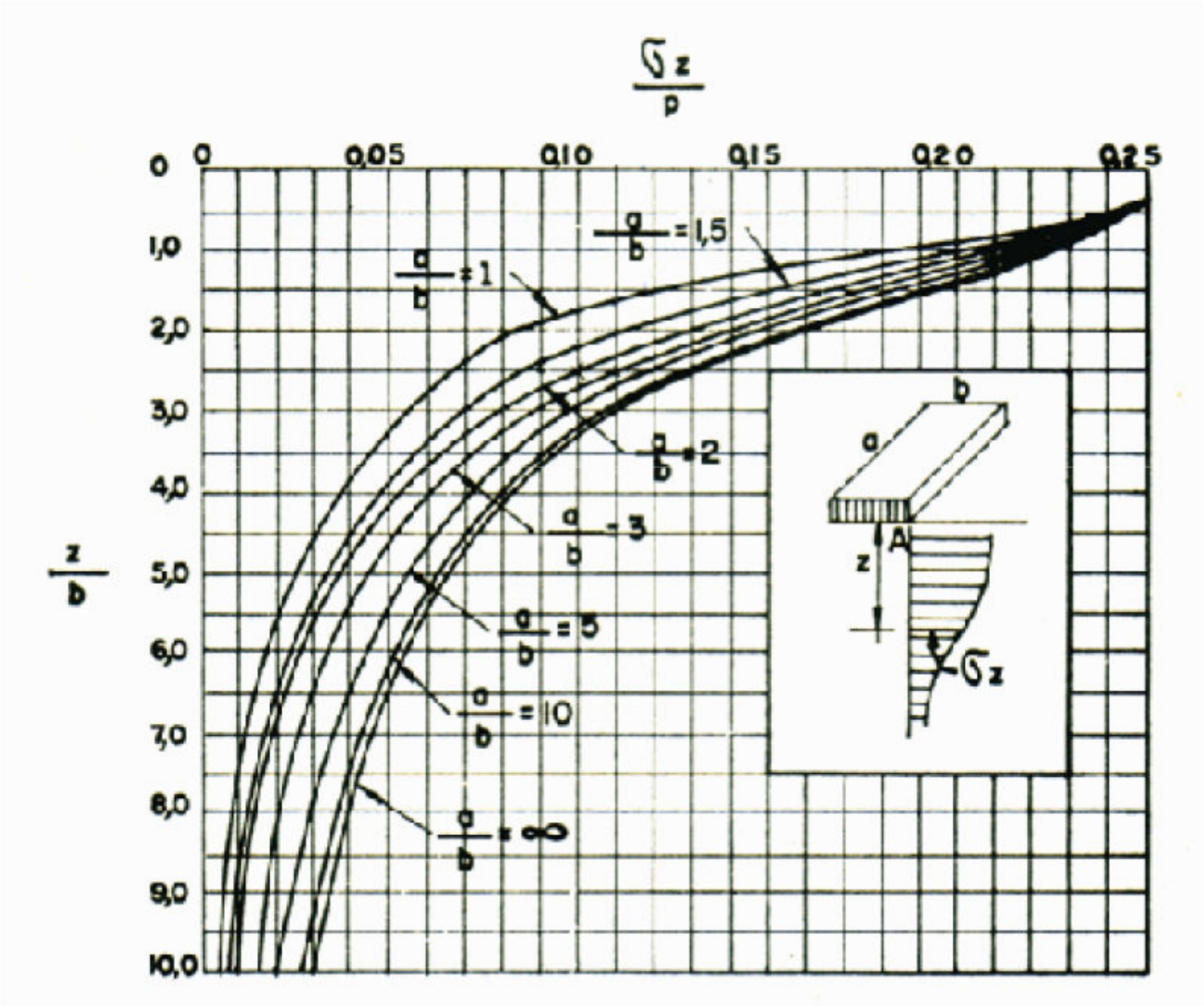
$$Onde:\ \ R=\sqrt{a^2+b^2+z^2}$$

$$\sigma_z = p\cdot I$$

Entrar no abaco: $\frac{a}{b}$ e $\frac{z}{b} \Rightarrow I$

$Abaco \rightarrow$ Caputo, Vol. 2, Cap. 3,

ÁBACO DE STEINBRENNER

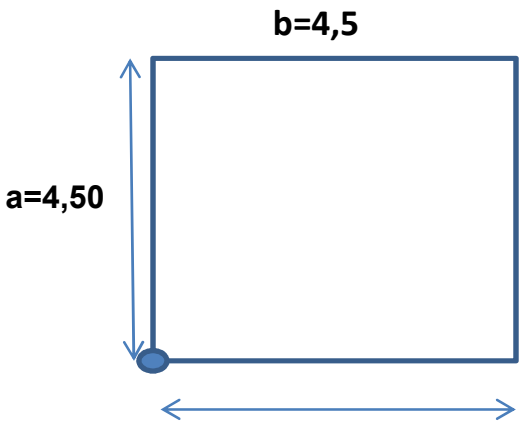


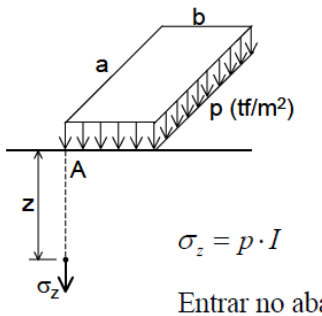
Exemplo: **Uma carga de 405 t é aplicada sobre uma <u>fundação quadrada de 4,50m de lado.</u>**

Determine: ***a)*** *a pressão vertical a 10 m de profundidade no vértice A ;*

a=2m b=4,50m Q= 405 t z=10m

$$\frac{\sigma_z}{p} = 0{,}0375$$





$\sigma_z = p \cdot I$

Entrar no abaco: $\frac{a}{b}$ e $\frac{z}{b} \Rightarrow I$

Abaco → Caputo, Vol. 2, Cap. 3, Pag. 66

Solução:

Neste caso tem-se que:

$$p = \frac{Q}{A} = \frac{405}{4{,}5 \times 4{,}5} = 20 t/m^2$$

Para

z/b= 10/4,5 =2,22 e **a/b** = 4,5/4,5= **1**

obtém –se no gráfico: $I = \frac{\sigma_z}{p} = 0{,}08$

e daí

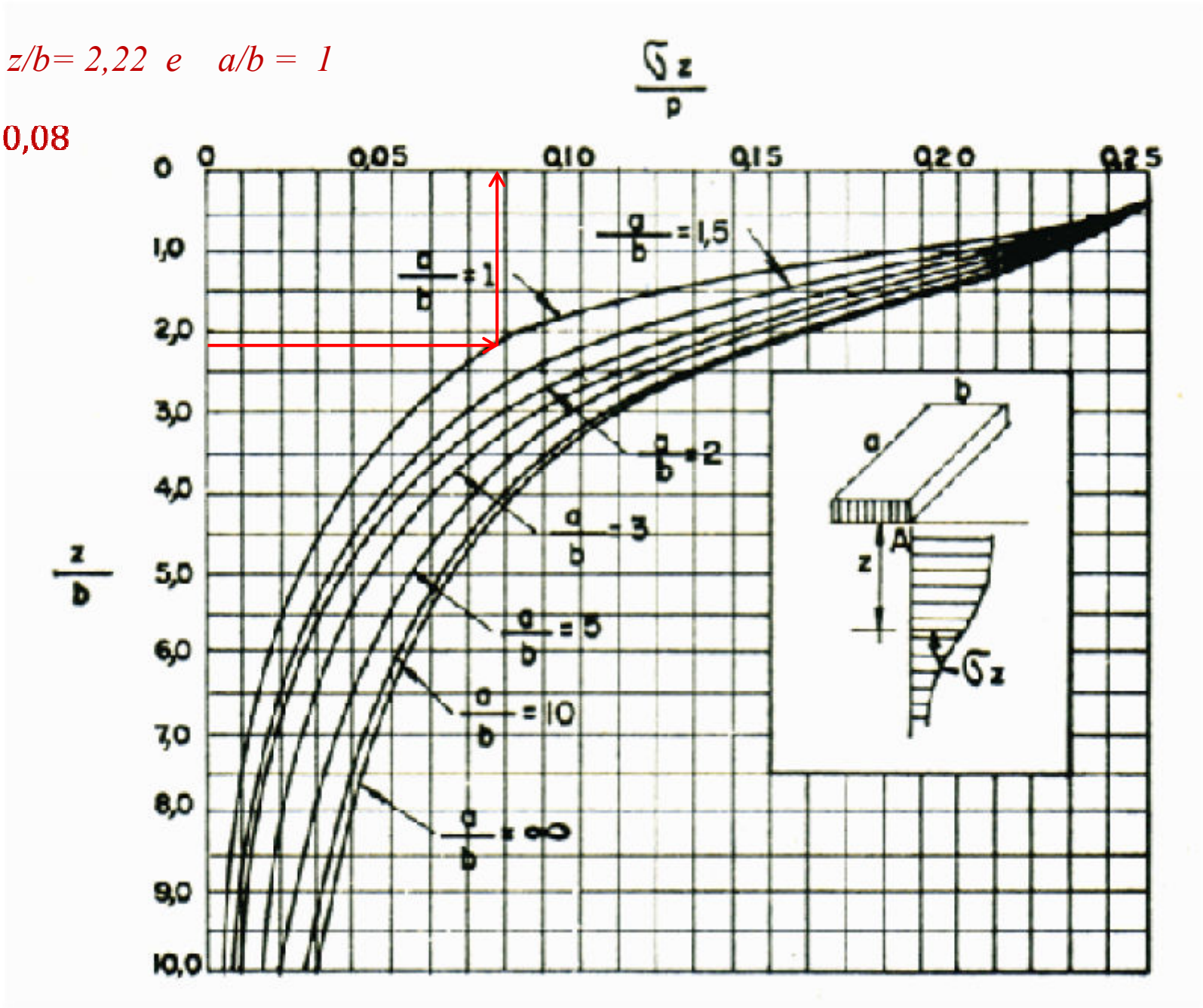
$$\frac{\sigma_z}{20} = p.I$$

$$\sigma_z = 20 \times 0{,}08 = 1{,}6 \ t/m2$$

ÁBACO DE STEINBRENNER

Para z/b= 2,22 e a/b = 1

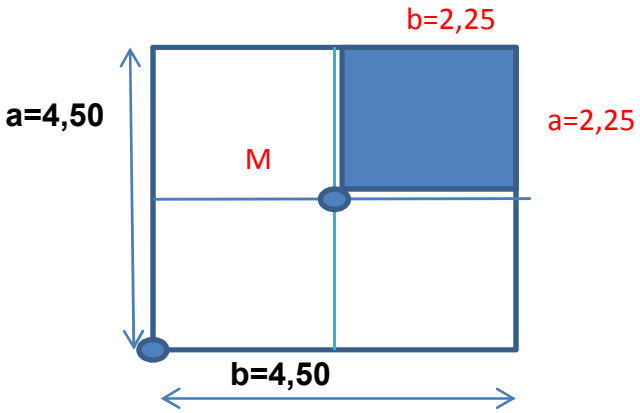
$\frac{\sigma_z}{p} = 0{,}08$

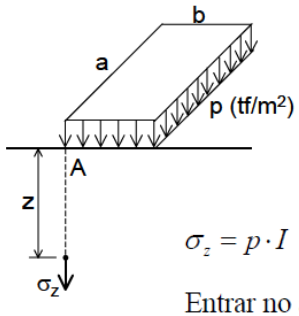


Exemplo: **Uma carga de 405 t é aplicada sobre uma <u>fundação quadrada de 4,50m de lado.</u>**

Determine: ***a)*** *a pressão vertical a 10 m de profundidade abaixo do centro da fundação;*

a=2m b=4,50m Q= 405 t z=10m





$\sigma_z = p \cdot I$

Entrar no abaco: $\frac{a}{b}$ e $\frac{z}{b} \Rightarrow I$

Abaco → Caputo, Vol. 2, Cap. 3, Pag. 66

Solução:

Neste caso tem-se que:

$$p = \frac{Q}{A} = \frac{405}{4{,}5 \times 4{,}5} = 20 t/m^2$$

Dividindo-se a fundação em 4 partes iguais , o lado do quadrado passa a ter 2,25 m.

Para

z/b= 10/2,25 = 4,4 e **a/b = 2,25/2,25= 1**

obtém –se no gráfico: I= $\frac{\sigma_z}{p} = 0,0375$

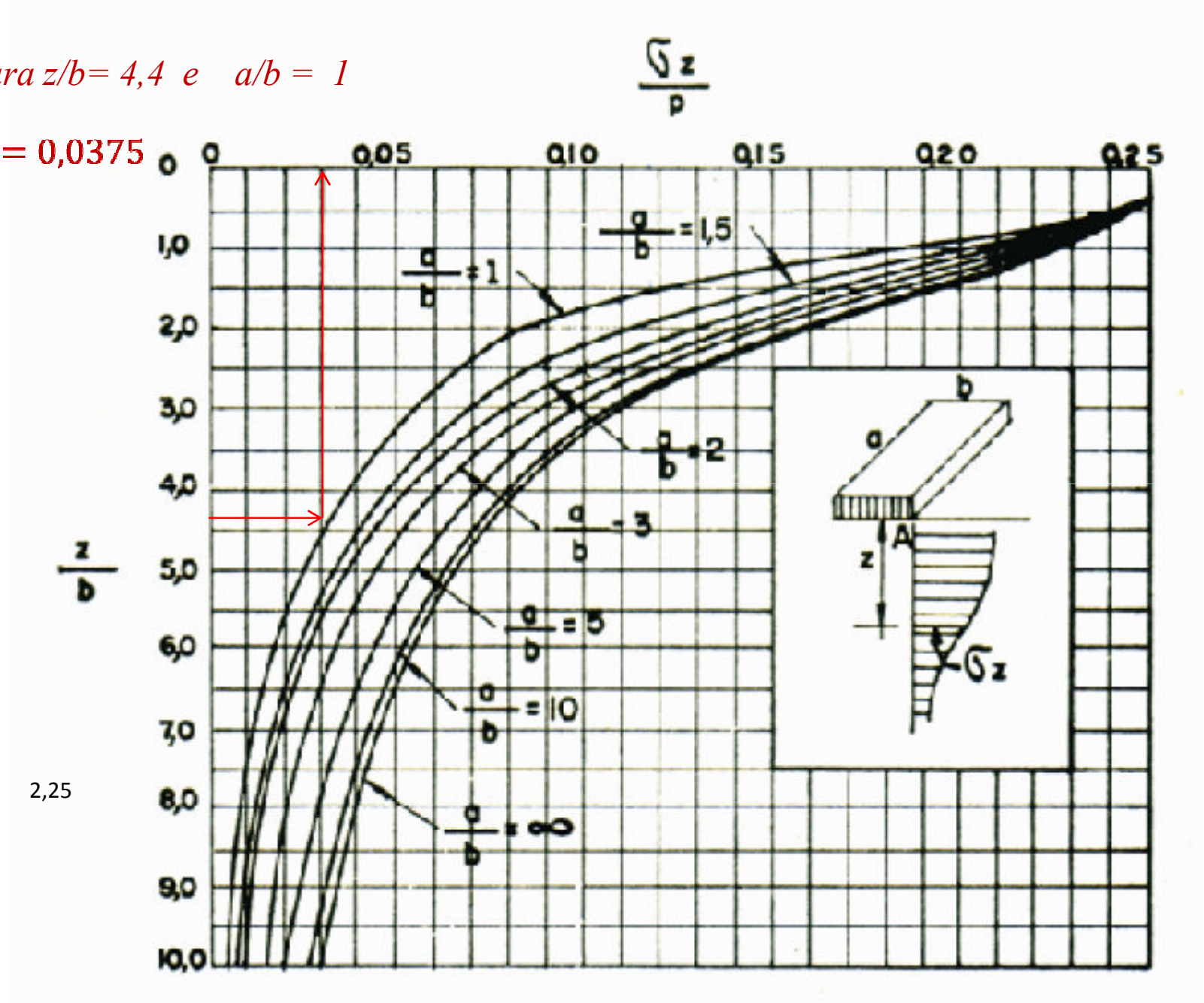
e daí

$$\frac{\sigma_z}{20} = p.I = \quad \sigma_z = (4) \times 20 \times 0,0375 = 3,0\ t/m^2$$

ABACO DE STEINBRENNER

Para z/b= 4,4 e a/b = 1

$\frac{\sigma_z}{p} = 0{,}0375$

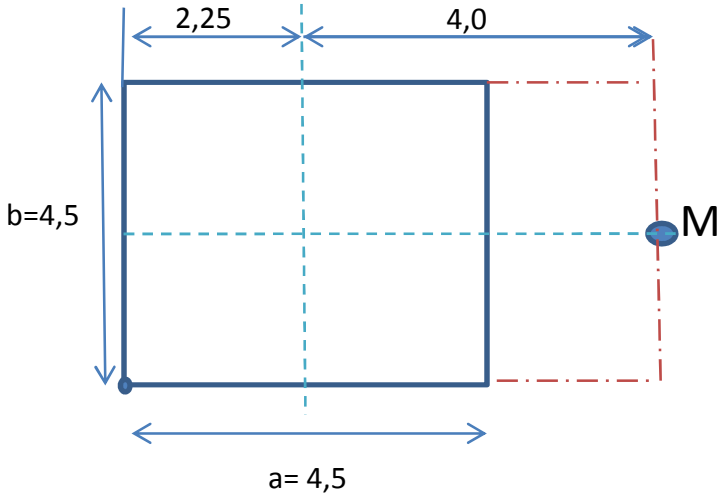


2,25

Exercício: **Uma carga de 405 t é aplicada sobre uma fundação quadrada de 4,50m de lado.**

Determine: ***b)*** *a pressão vertical a 3 m de profundidade de 4m do seu do centro , sobre o seu eixo de simetria.*

4,50m b=4,50m Q= 405 t z=3,00

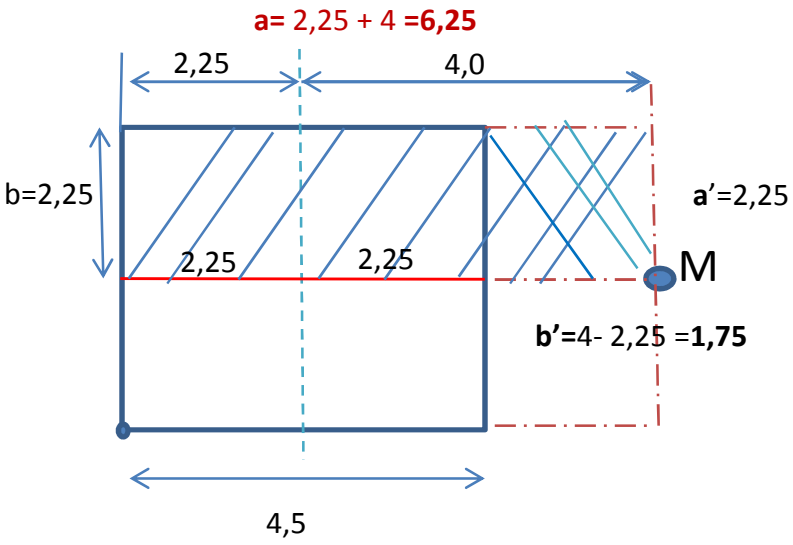


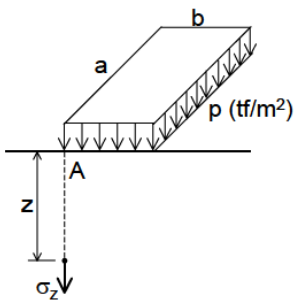
R: 2,4 t/m²

Exercício: **Uma carga de 405 t é aplicada sobre uma fundação quadrada de 4,50m de lado.**

Determine: ***b)*** *a pressão vertical a 3 m de profundidade e a 4m do seu do centro , sobre o seu eixo de simetria.*

4,50m b=4,50m Q= 405 t z=3,00

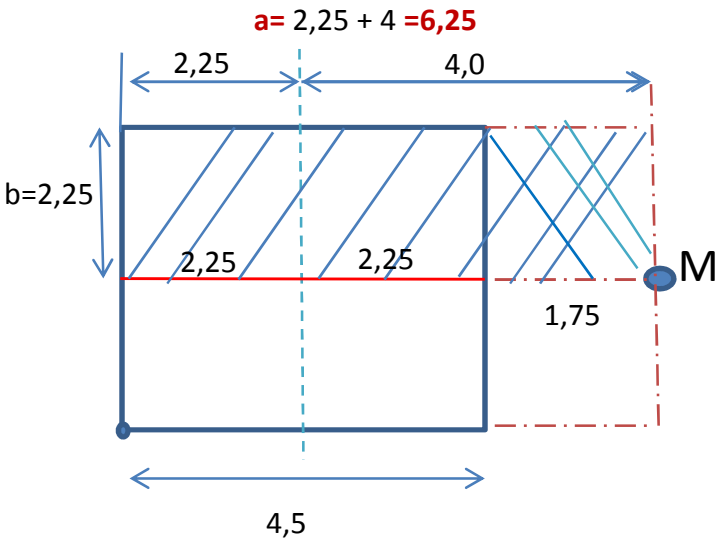


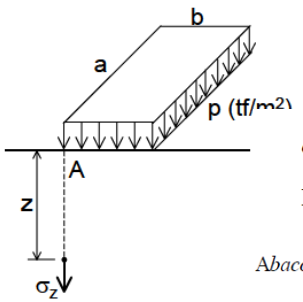


Exemplo: **Uma carga de 405 t é aplicada sobre uma fundação quadrada de 4,50m de lado.**

Determine: ***b)*** *a pressão vertical a 3 m de profundidade e a 4m do seu do centro , sobre o seu eixo de simetria.*

4,50m b=4,50m Q= 405 t z=3,00





$\sigma_z = p \cdot I$

Entrar no abaco: $\frac{a}{b}$ e $\frac{z}{b} \Rightarrow I$

Abaco → Caputo, Vol. 2, Cap. 3, Pag. 66

Solução:

Considera-se a fundação estendida até M e o retângulo de dimensões:

Para o retângulo de dimensões estendida

a=2,25 +4 =6,25 e b= 2,25

z/b= 3/2,25 =1,33

z/b=1,33 e a/b= 6,25/2,25 = 2,77 $\frac{\sigma_z}{20} = 0,18$

Para o retângulo de dimensões

a=2,25 e b= 4 -2,25 = 1,75

z/b=3,00/1,75=1,7 ; a/b=2,25/1,75= 1,3 $\frac{\sigma_z}{20} = 0,12$

$\frac{\sigma_z}{20}$ *=0,18-0,12=0,06*

e para a superfície total carregada :

$$\sigma_z = 2 \times 20 \times 0,06 = 2,4 t/m^2$$

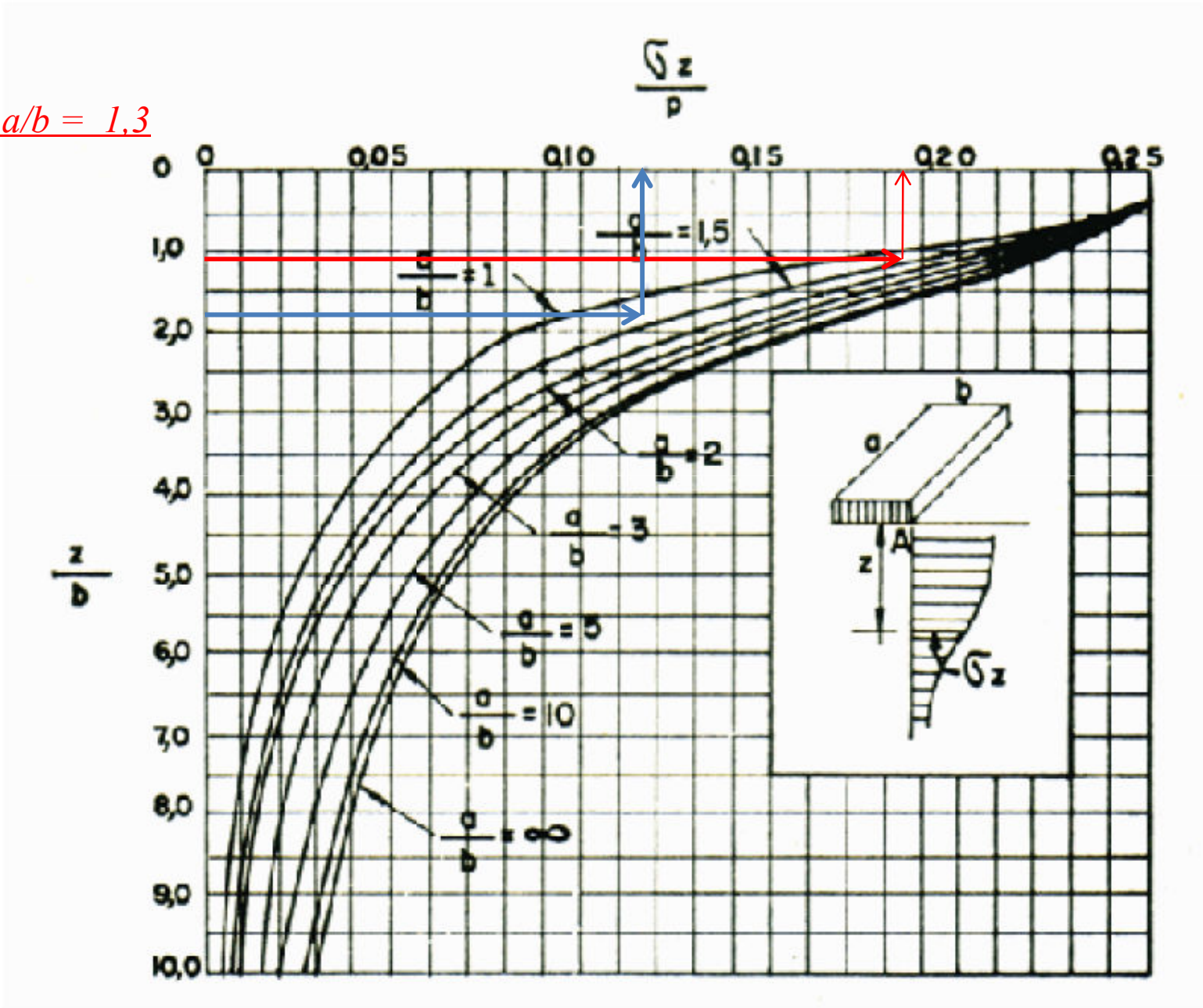
ÁBACO DE STEINBRENNER

z/b= 1,3 e a/b = 2,8

$$\frac{\sigma_z}{p} = 0{,}18$$

z/b= 1,7 e a/b = 1,3

$$\frac{\sigma_z}{p} = 0{,}12$$

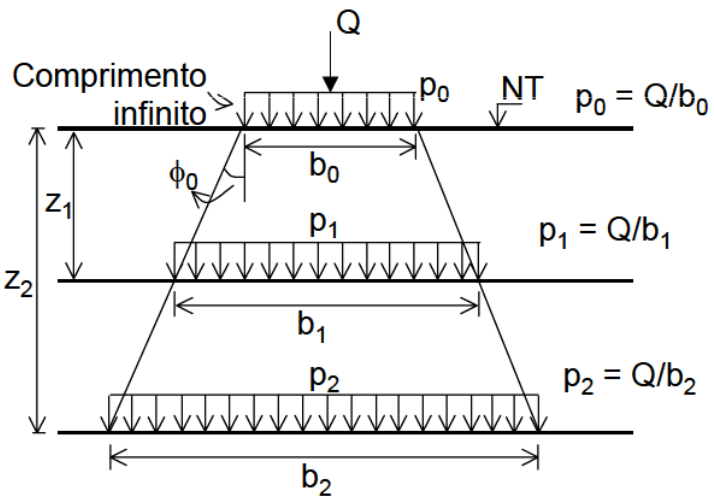


ACRÉSCIMOS DE TENSÃO NO SOLO

FÓRMULAS PARA CÁLCULO

Hipótese simples – Tensões de espraiamento

Uma prática corrente para se estimar o valor das tensões em certa profundidade consiste em considerar que as tensões se espraiam segundo áreas crescentes, mas sempre se mantendo uniformemente distribuídas.



Onde: ϕ_0 = ângulo de espraiamento.

Solos muito moles $\phi_0 < 40°$;

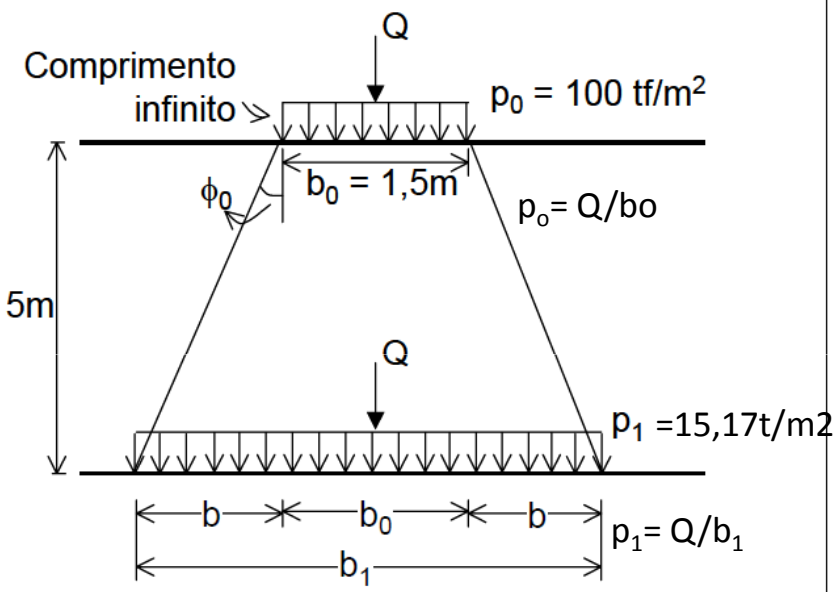
Areias puras $\phi_0 \cong 40°$ a $45°$;

Argilas rijas e duras $\phi_0 \cong 70°$;

Rochas $\phi_0 > 70°$.

Hipótese simples – Tensões de espraiamento

Exemplo: Calcular a tensão no plano situado à profundidade de 5 metros, considerando que a área carregada tem comprimento infinito. Considerar areia pura (ϕ0 = 40º).



Solução:

$$\operatorname{tg}\phi_0 = b/5,0 \Rightarrow b = 5,0 \times \operatorname{tg}40^\circ$$

$$b_1 = 2b + 1,5 = 9,89m$$

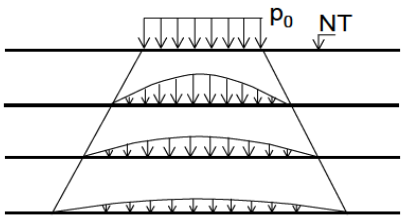
$$Q = p_0 \cdot b_0 = p_1 \cdot b_1$$

$$p_1 = \frac{p_0 \cdot b_0}{b_1} = \frac{100 \times 1,5}{9,89}$$

$$p_1 = \underline{\underline{15,17}}\ tf/m^2$$

=4,19

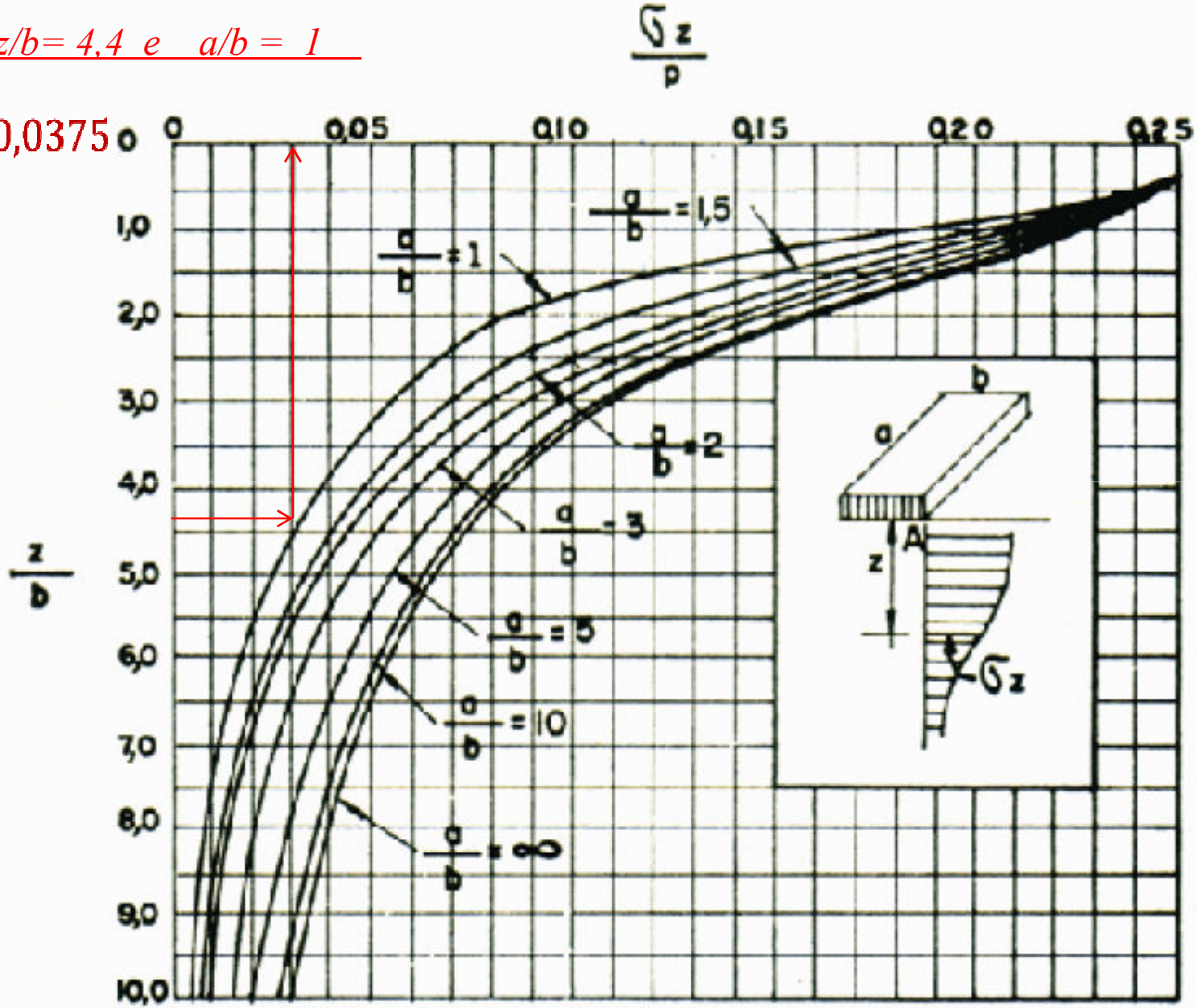
Obs.: Esse método deve ser entendido como uma estimativa grosseira, pois as tensões em uma determinada profundidade não são uniformemente distribuídas, mas se concentram na proximidade do eixo de simetria da área carregada, apresentando a forma de um sino.



ABACO DE STEINBRENNER

Para z/b= 4,4 e a/b = 1

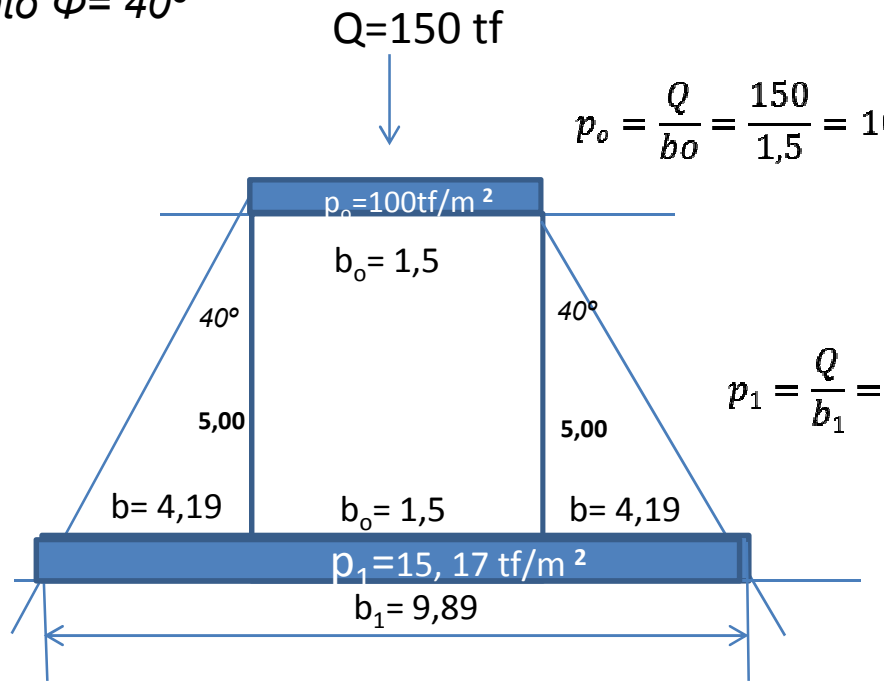
$$\frac{\sigma_z}{p} = 0{,}0375$$



Exemplo: Estimar o valor da tensão na profundidade de 5m, considerando*:*

Areia pura – ângulo de espraiamento Φ= 40º

Q= 150 tf b_o=1,5m



$$p_o = \frac{Q}{bo} = \frac{150}{1{,}5} = 100$$

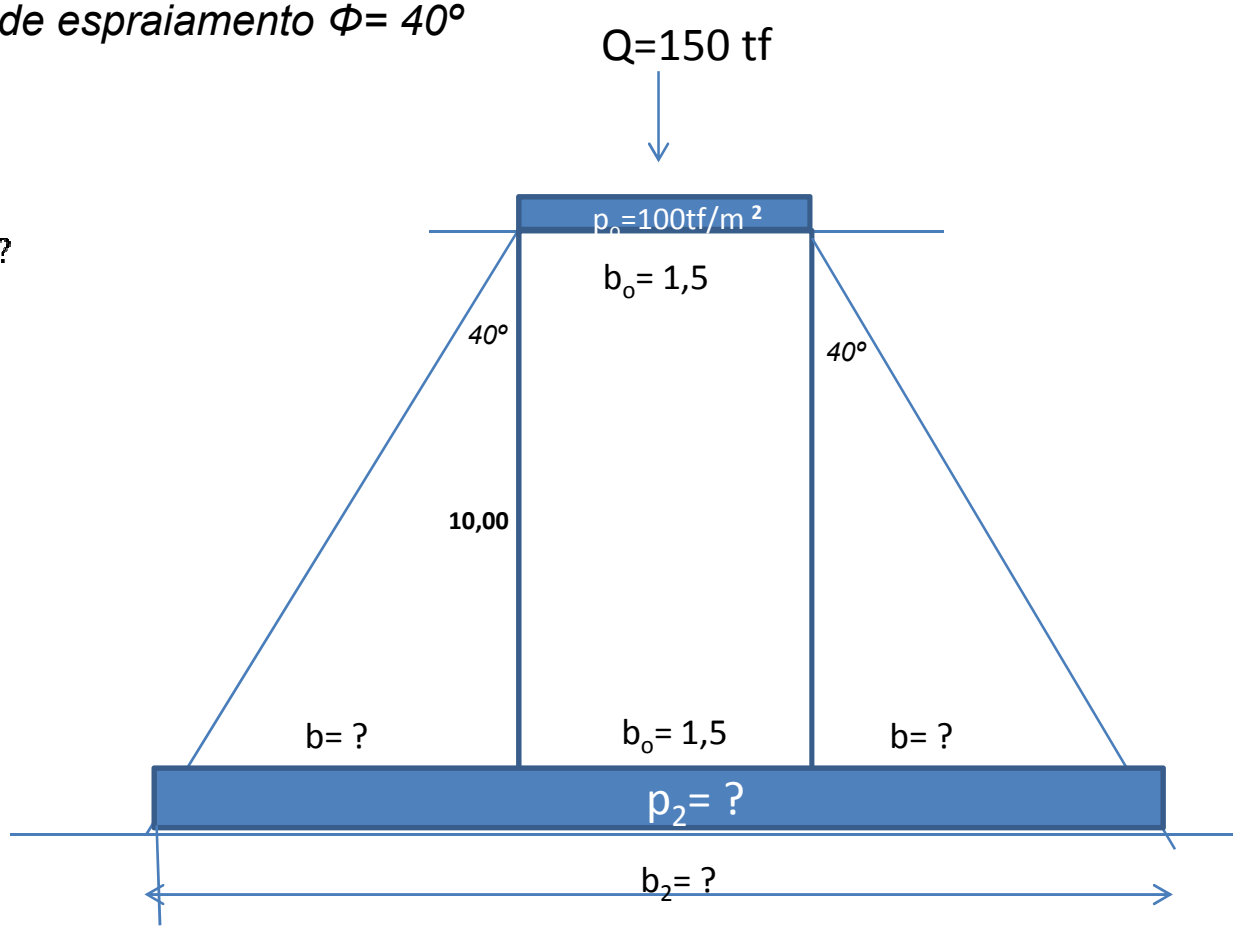
$$p_1 = \frac{Q}{b_1} = \frac{150}{9{,}89} = 15{,}17$$

Exercício: Estimar o valor da tensão na profundidade de 10 m, considerando*:*

Areia pura – ângulo de espraiamento Φ= 40º

Q= 150 tf b_o=1,5m

$$p_2 = \frac{Q}{b_2} = \frac{150}{b2} = ?$$



Exercício: Estimar o valor da tensão na profundidade de 10 m, considerando:

Areia pura – ângulo de espraiamento Φ= 40°

Q= 150 tf b_o=1,5m

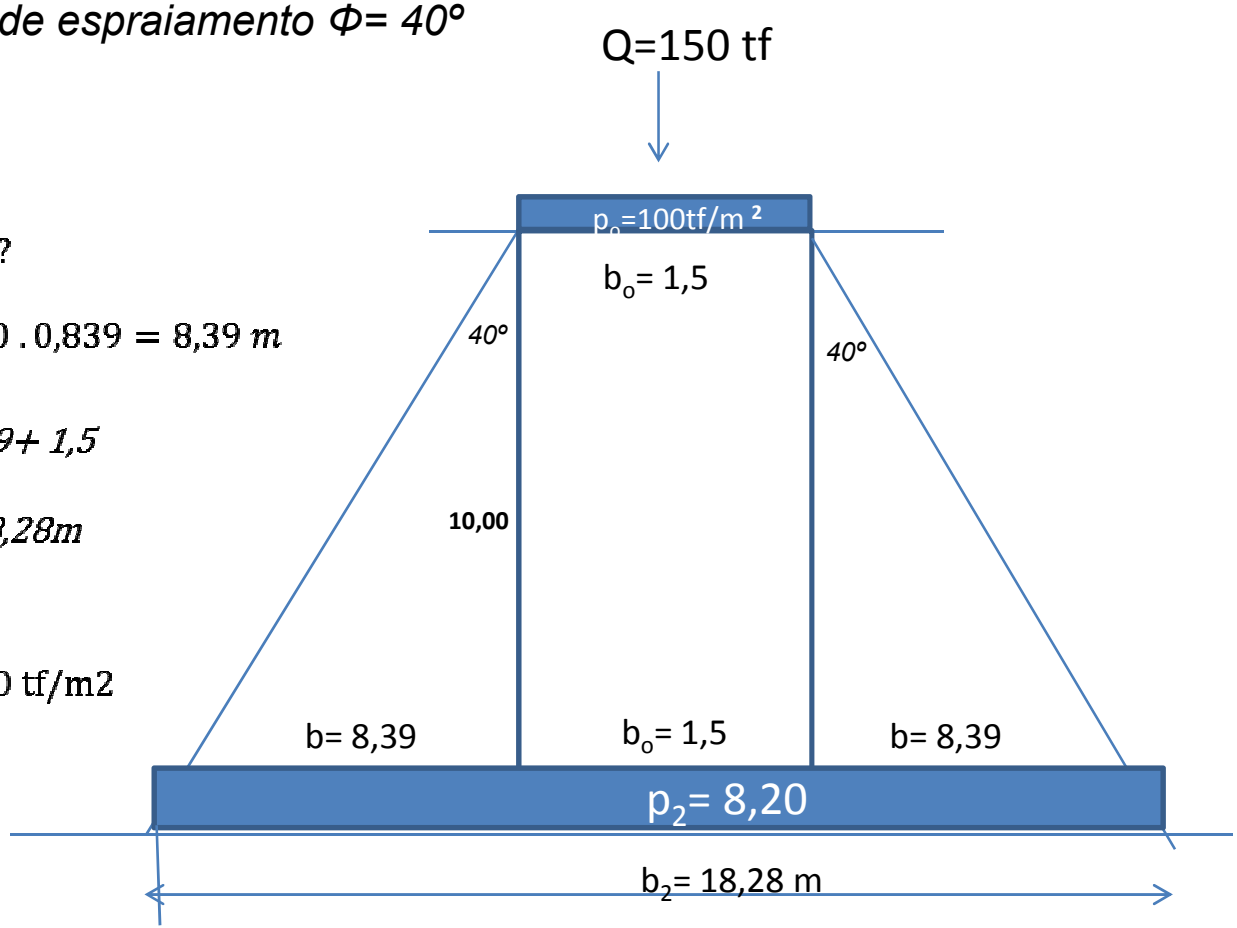
$$p_2 = \frac{Q}{b_2} = \frac{150}{b2} = ?$$

$$b = 10.\,tang\ 40\ = 10\,.\,0{,}839 = 8{,}39\ m$$

$$b_2 = 2b + bo = 2\,.\,8{,}39 + 1{,}5$$

$$b_2 = 16{,}78\ + 1{,}5 = 18{,}28m$$

$$p_2 = \frac{Q}{b_2} = \frac{150}{18{,}28} = 8{,}20\ \text{tf/m2}$$



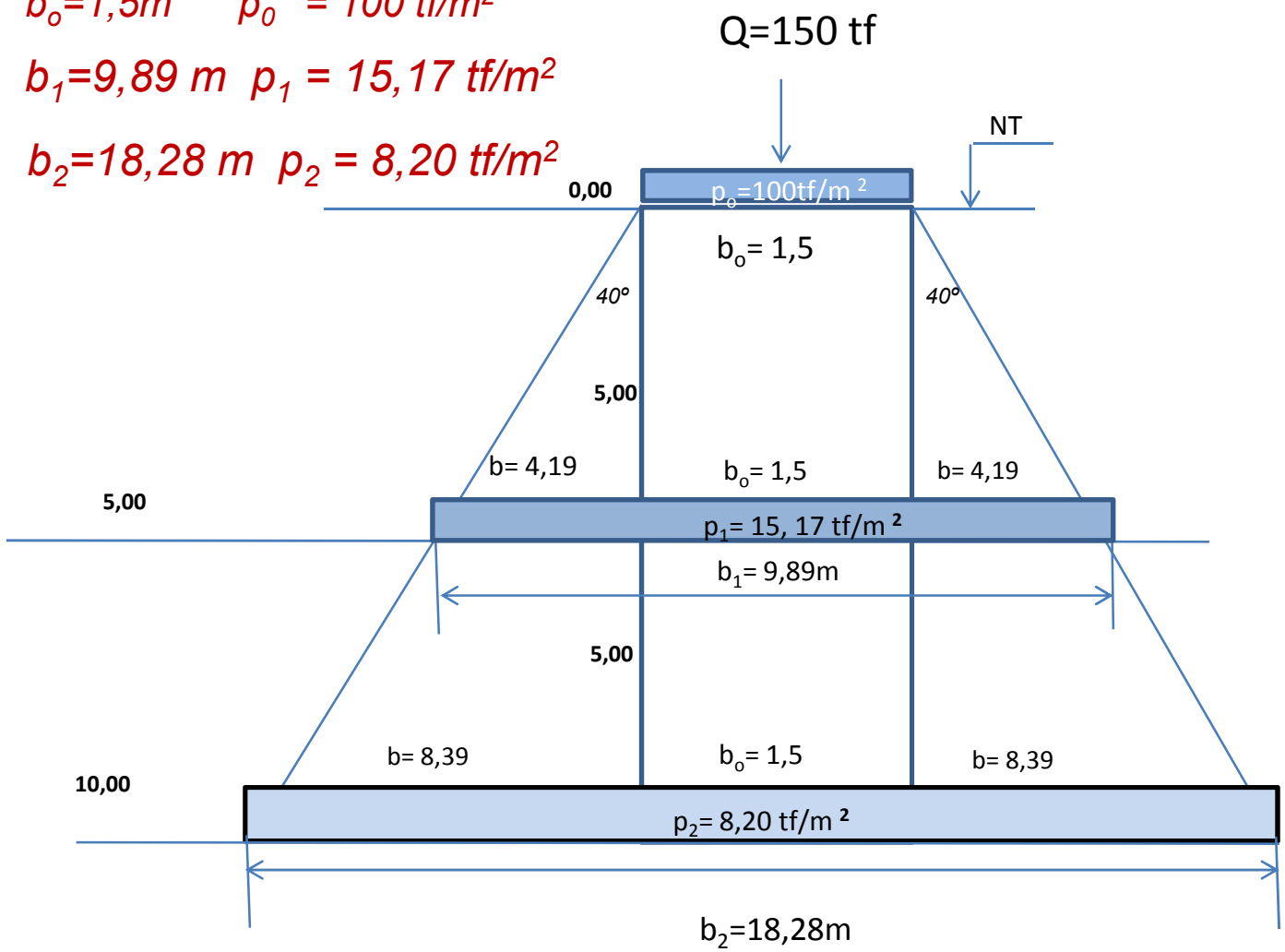
Considerando:

Areia pura – ângulo de espraiamento Φ= 40º *Q= 150 tf*

NT = 0.00 *b_o=1,5m* *p_0 = 100 tf/m²*

prof.= 5,00m *b_1=9,89 m* *p_1 = 15,17 tf/m²*

prof.= 10,00m *b_2=18,28 m* *p_2 = 8,20 tf/m²*

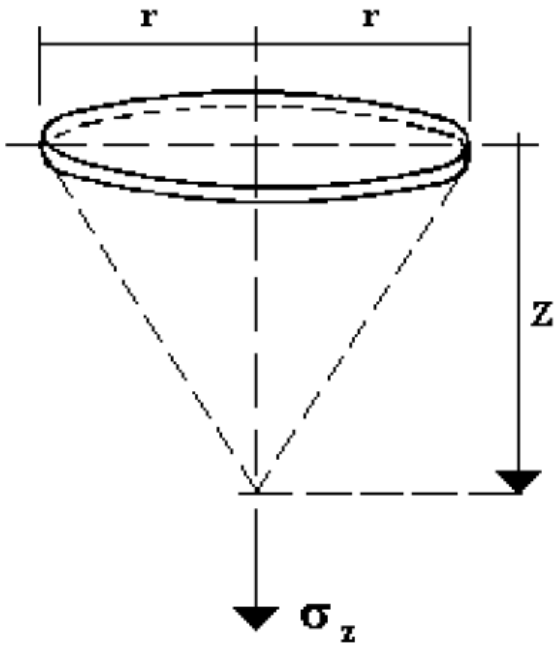


ACRÉSCIMOS DE TENSÃO NO SOLO

FÓRMULA DE LOVE

Carga distribuída sobre uma placa circular:

Para uma superfície flexível e circular de raio R, carregada uniformemente com **pressão P,** o valor da pressão vertical σ_z, abaixo do centro é dado pela fórmula de Love. (Figura 1)



$$\sigma_Z = p.\left\{1 - \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}\right\}$$

ACRÉSCIMOS DE TENSÃO NO SOLO

FÓRMUL A DE LOVE

Esse sistema de carregamento é usado em alguns métodos de projeto de pavimento. Na prática esta fórmula é de emprego rápido e fácil, fazendo-se:

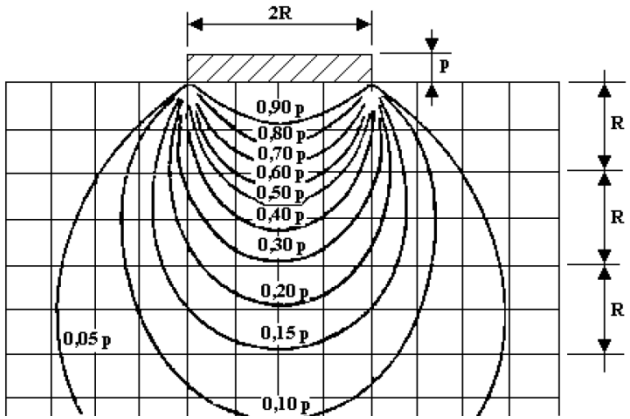
$$I = 1 - [\ 1 / 1 + (R/z)^2\ ]^{3/2}$$

I = fator de influência para diferentes valores de R /z ⟶ $\sigma_z = p,I$

R/Z	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3,0	3,5	4	5	00
I	0	0,284	0,646	0,829	0,941	0,949	0,968	0,979	0,986	0,992	1

$$\sigma_z = p.\left\{1 - \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}\right\}$$

$$\sigma_z = p.I$$



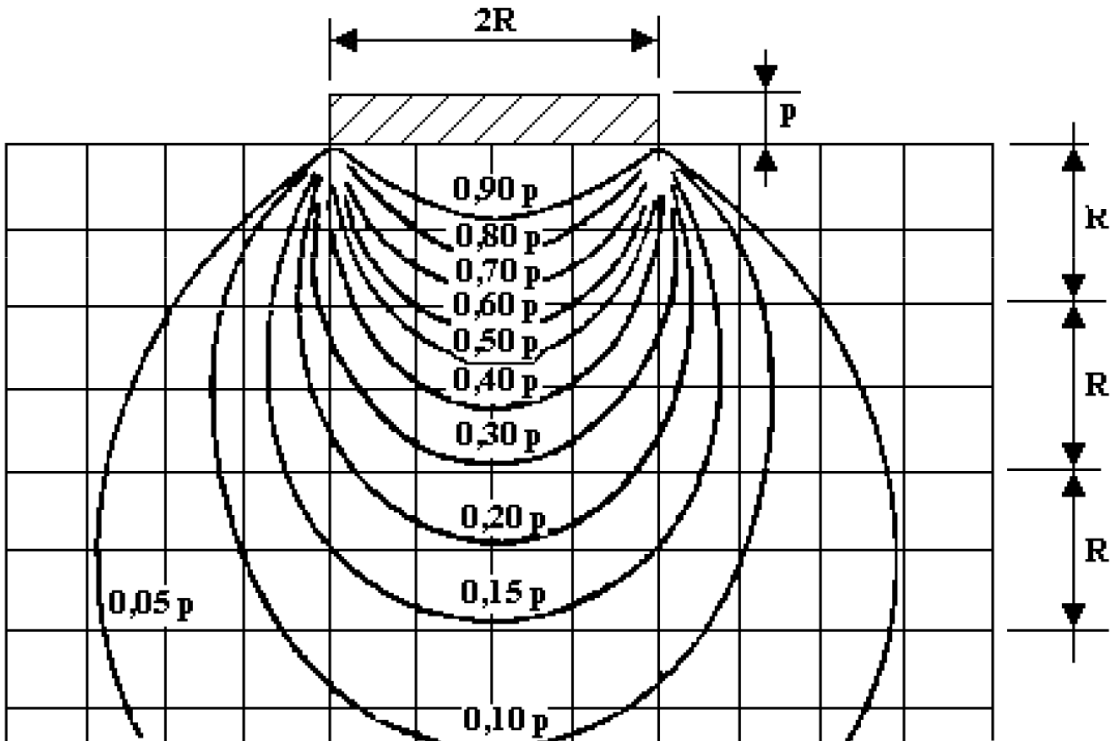
ACRÉSCIMOS DE TENSÃO NO SOLO

FÓRMUL A DE LOVE

Carga distribuída sobre uma placa circular:

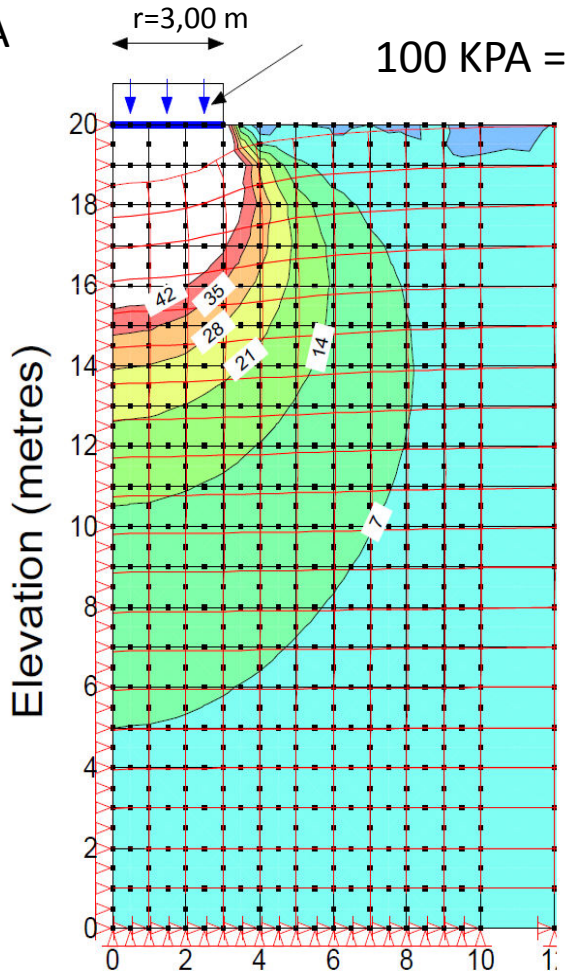
O bulbo de pressão correspondente está indicado na Figura

$$\sigma_Z = p.\left\{1 - \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}\right\}$$



ACRÉSCIMOS DE TENSÃO NO SOLO

A figura abaixo ilustra, como exemplo, o aspecto da distribuição da intensidade das tensões verticais que ocorrem no subsolo de um terreno (**mostrada a meia seção**), considerando a aplicação na superfície de um carregamento externo de 100 KPA

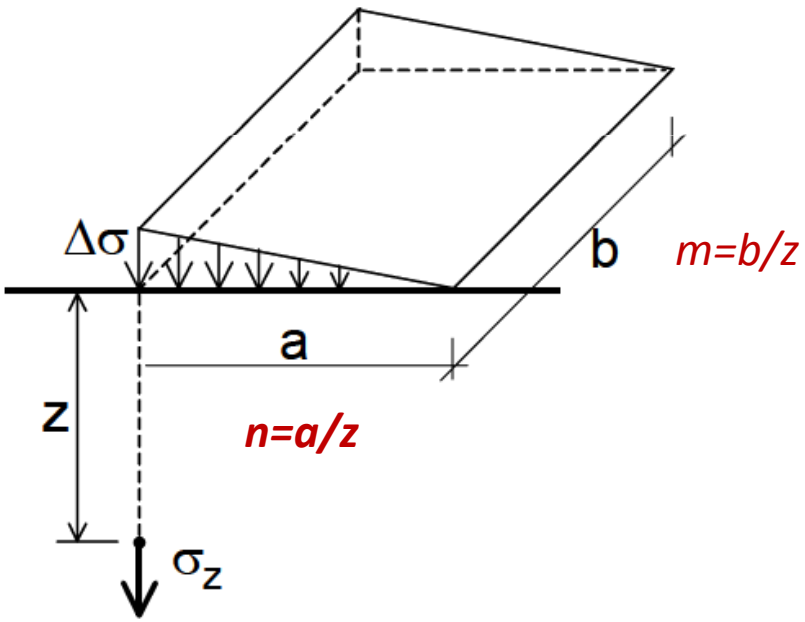


Obs.: Unidades:
100 kPa =1 kgf/cm2
1 kgf/cm2 = 10 t/m2
1 t/m2 = 10 kPa

1 kgf = 9,81 N
1 kN = 0,1 t

ACRÉSCIMOS DE TENSÃO NO SOLO
Carregamento Triangular
Gráfico de Fadum

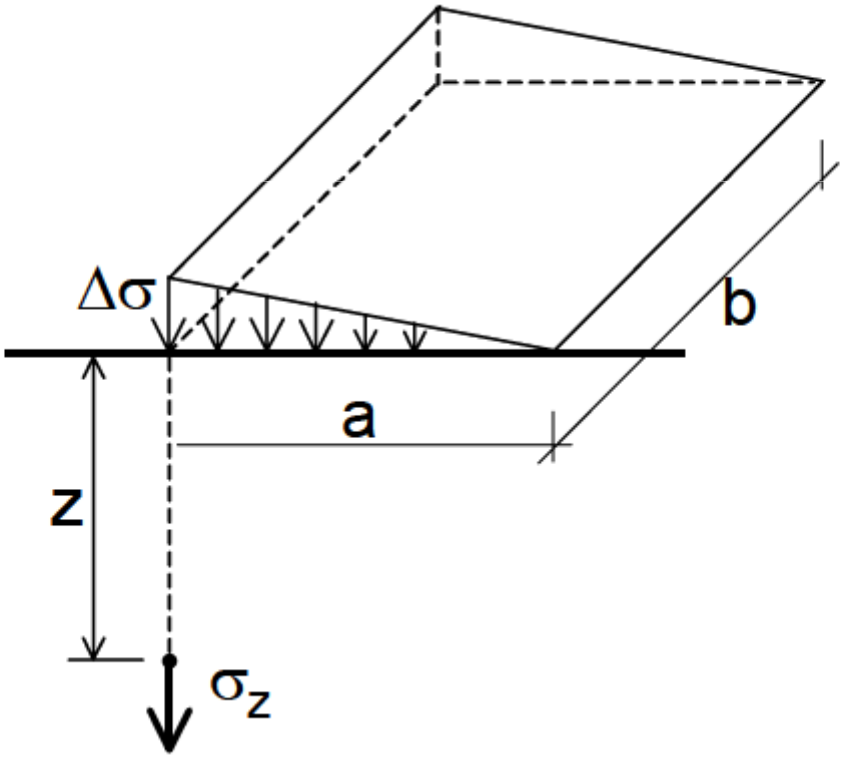
Fadum construiu um gráfico que possibilita a determinação de σ_z a uma profundidade z de um triangulo uniformemente carregado por uma tensão $\Delta\sigma$



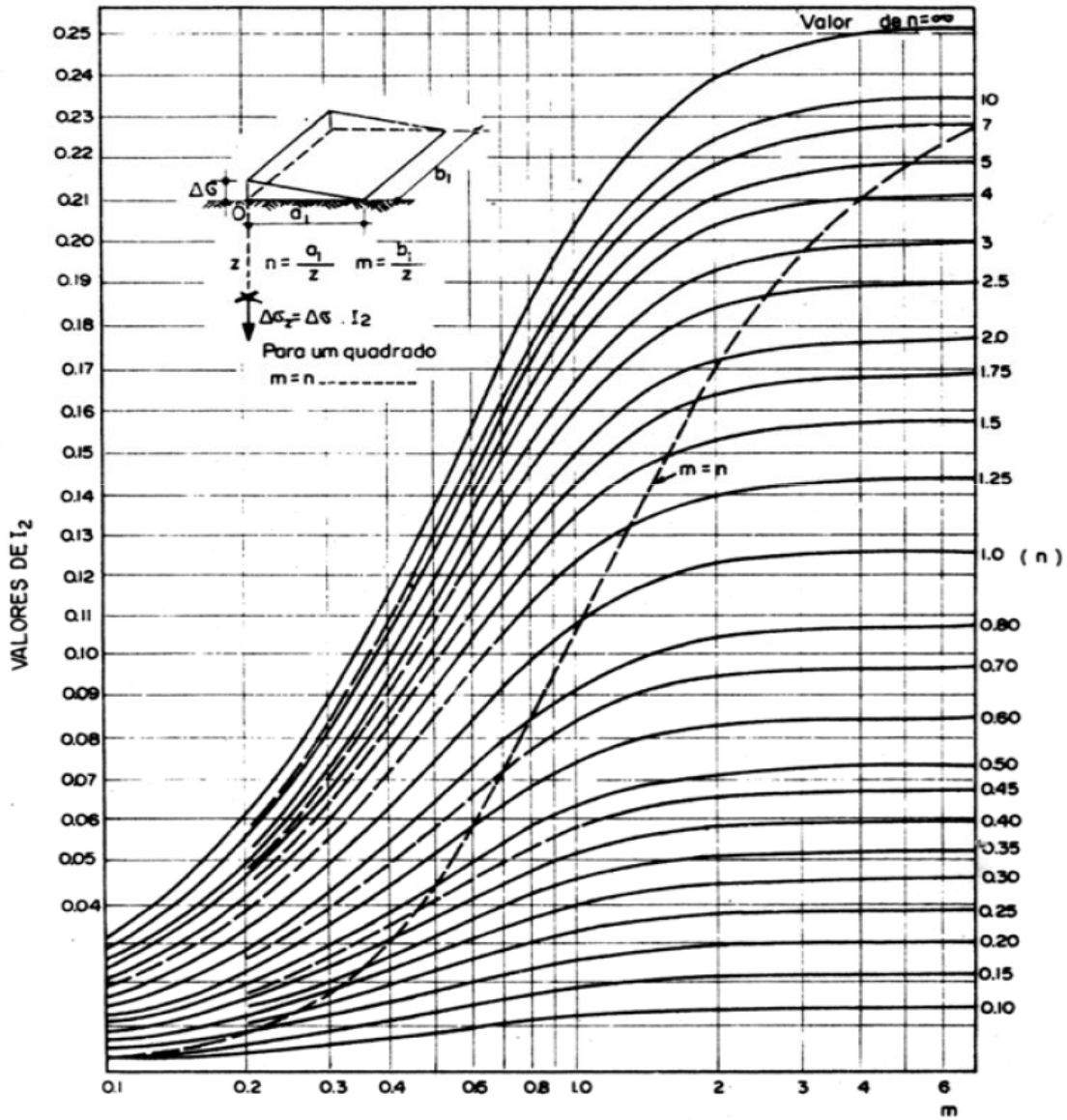
$\Delta\sigma = \gamma h$

ACRÉSCIMOS DE TENSÃO NO SOLO
Carregamento Triangular
Gráfico de Fadum

A Permite determinar *o* *acréscimo de tensão vertical (σ_z)* sob um carregamento triangular de comprimento finito.



ÁBACO DE FADUM



Exemplo: Calcular a tensão no plano situado à profundidade de 6 metros, considerando que a área carregada (aterro de areia compacta) com altura de 3,00 m , e a= 5m b=7m.

Aterro : γ = 2,0t/m2 (areia compacta) h = 3,00m a= 5m b= 7m z= 6m

$\Delta\sigma = \gamma h = 2.\ 3 = 6t/m2$

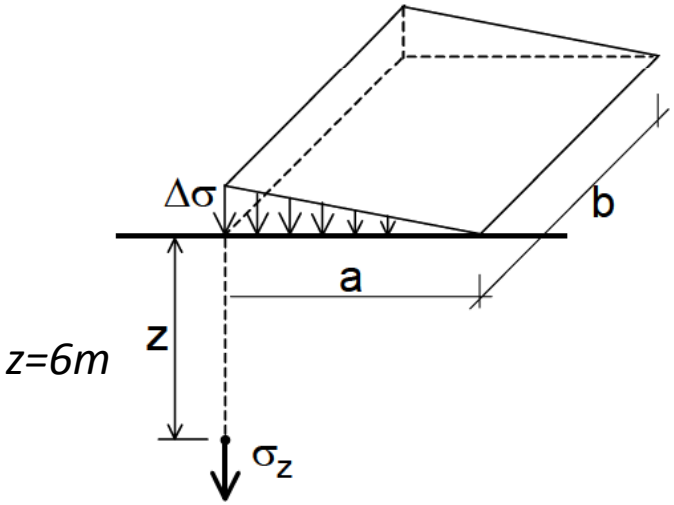
$m = b/z = 7/6 = \mathbf{1,16}$

$n = a/z = 5/6 = \mathbf{0,83}$

no gráfico I = 0,11

$\sigma_z = \Delta\sigma . I$

$\sigma_z = 6.\ 0,11 = 0,66t/m2$



Questões:

As tensões existentes nos maciços terrosos são decorrentes de que tipo de carregamentos?

O que acontece no solo ao se aplicar uma carga na superfície de um terreno, em uma superfície bem definida?

O que são Isóbaras ?

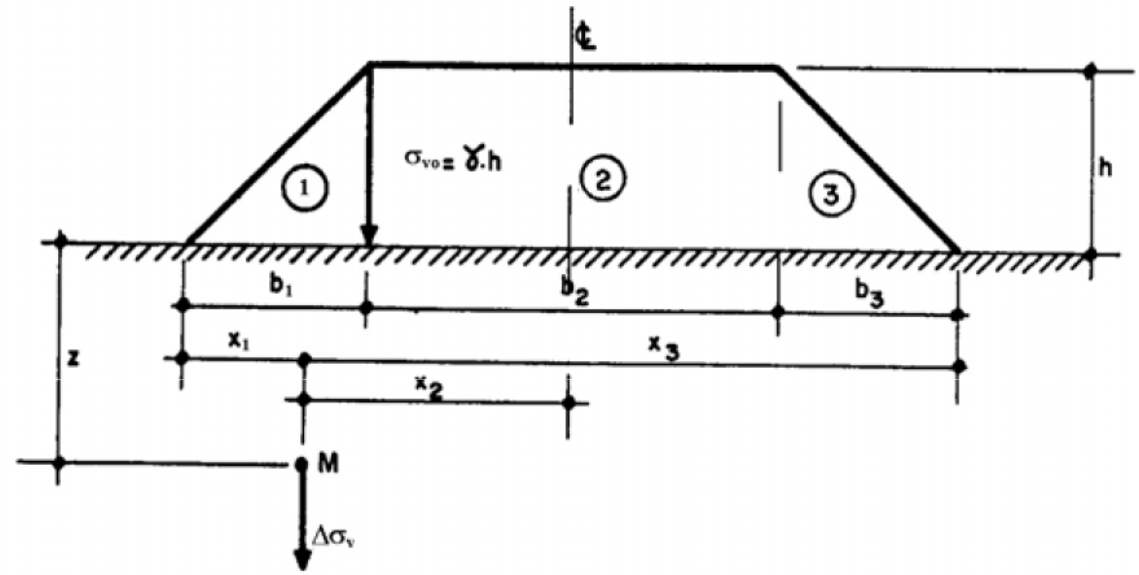
Como são obtidas as Isóbaras?

O que é um BULBO DE TENSÕES?

LOCAL: VICINAL ARMANDO VIANA EGREJA - PENAPOLIS - SP | INICIO: 04/02/2014 | TERMINO: 04/02/2014

PENETRAÇÃO SPT N.° golpes/30cm (40 30 20 10 0)	N.° Golpes 30cm N/30	PENETRAÇÃO SPT Golpes/15cm N/15	N/15	N/15	PROF. CAMADA (m)	PERFIL GEOLÓGICO	CLASSIFICAÇÃO DA CAMADA	CONSISTÊNCIA OU COMPACIDADE	N. A. Nível d'Água (m)
	1/48	1/48				0, 1	AREIA FINA SILTOSA VERMELHA	FOFA	
	1/20	1/20	1/20			2			
	2/31	1/18	1/16	1/15	3,45	3			3,76
	1/52	1/52				4	AREIA FINA ARGILOSA VERMELHA	FOFA	
	1/46	1/46				5			
	2/30	1/15	1/15	1/15		6			
	4/30	2/15	2/15	2/15	7,45	7			
	11/30	4/15	5/15	6/15		8	SILTE ARENO-ARGILOSO VERMELHO CLARO E CINZA CLARO	MED. COMPACTO	
	13/30	6/15	6/15	7/15		9			
	15/30	7/15	7/15	8/15	10,60	10			
	21/30	9/15	10/15	11/15		11	SILTE ARENO-ARGILOSO MARROM CLARO E CINZA CLARO	COMPACTO	
	30/10	18/15	30/10		12,25	12		MUITO COMPACTO	
							LIMITE DE SONDAGEM: 12,25m		

ACRÉSCIMOS DE TENSÃO NO SOLO
devido a carregamento de aterro



$$\Delta\sigma_v = \Delta\sigma_{v1} + \Delta\sigma_{v2} + \Delta\sigma_{v3}$$

$$\Delta\sigma_v = \sigma_{v0}\left(I_1 + I_2 + I_3\right)$$

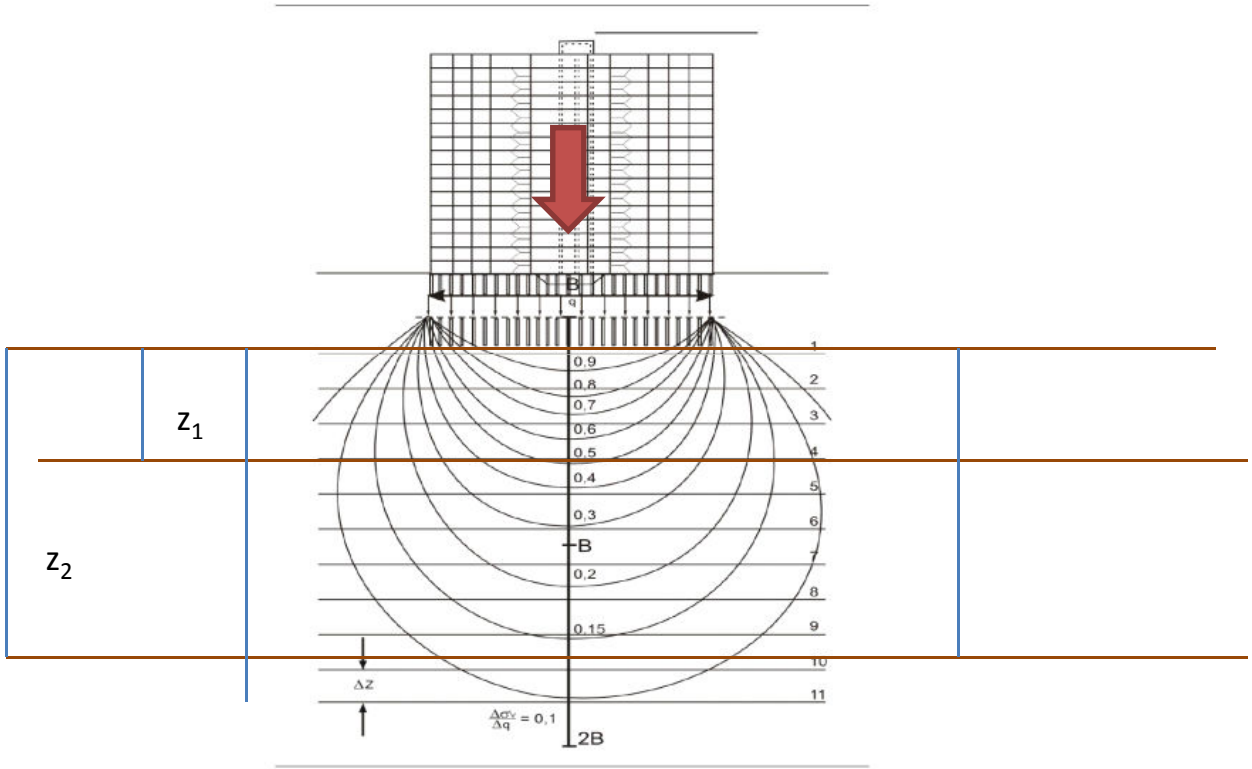
$I_1 = f(z/b_1;\ x_1/b_1)$

$I_3 = f(z/b_3;\ x_3/b_3)$

$I_2 = f(z/b_2;\ x_2/b_2)$

ACRÉSCIMOS DE TENSÃO NO SOLO

PRESSÕES DEVIDAS A CARGAS APLICADAS



As cargas transmitidas por uma estrutura se propagam para o interior do maciço e se distribuem nas diferentes profundidades, como se verifica experimentalmente.