Sistemas de Financiamento

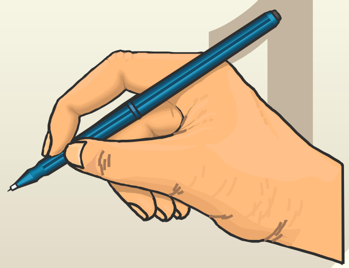
- Amortização de Empréstimos de Curto Prazo
  - Postecipados e Antecipados
- Amortização de Empréstimos de Longo Prazo
  - Método Francês ou Tabela Price
  - Sistema de Amortização Constante (SAC)
  - Sistema de Amortização Mista (SAM)
  - Sistema de Amortização Geométrica (SAG)
  - Sistema Alemão

Amortização de Empréstimos a longo prazo

- Juros cobrados são sempre compostos
- O saldo devedor no início do primeiro período é o valor do empréstimo.
- O juro devido em cada período é igual ao produto da taxa de juros pelo saldo devedor no início daquele período, sempre.
- A amortização depende do sistema ou método acordado entre a instituição que concede o financiamento e a empresa tomadora do empréstimo
- Parcela = Juros + Amortização

Tabela Price

- Pagamento em Parcelas Constantes
- Método mais comumente utilizado no Brasil
- Cálculo da Parcela:



$$V(1+i)^n = P(1 + i)^{n-1} + P\,(1 + i)^{n-2} + \ldots P(1 + i) + P$$

$$P = V(1+i)^n . i / \,(1 + i)^n - 1$$

Amortização e Saldo devedor

$A_i = P - J_i \;\; e \;\; J_i = S_{n-1} . \, i$

onde

- A_i é a amortização do principal no período i;
- J_i são os juros no período i e
- *S_{n-1} é o saldo devedor ao final do período n-1*
- *Para i = 1, S_0 é o saldo devedor no início do primeiro período, isto é, é o valor financiado (V).*

Amortização e Saldo devedor

• ***Sobre o valor de Amortização***

A partir da relação principal parcela = juros + amortização, podemos escrever que:

$P = J_1 + A_1 = J_2 + A_2 = \ldots\ldots\ldots\ldots = J_n + A_n$, onde J_n e A_n correspondem respectivamente aos valores de juros pagos e amortizados na n-ésima parcela. Assim sendo podemos escrever

$$V\,i + A_1 = (V - A_1)\,i + A_2 \Rightarrow A_2 = A_1(1 + i)$$

e por recorrência

$$A_n = A_1(1 + i)^{n-1}$$

Tabela Price - Exemplo

- Supor um empréstimo de R$ 500,00 pelo prazo de 6 meses, a juros de 2,0% a.m.

  Por meio da fórmula:
- $\boldsymbol{P = 500.\ 2\%\ .\ (1{,}02)^6/[(1{,}02)^6\text{-}1] = 89{,}26.}$

  Sabendo que $V = 500$, os juros no mes 1 (J_1) são
- $\boldsymbol{J_1 = 500.2\% =}$ **R$ 10,00.**

  Assim, a amortização é
- $\boldsymbol{A_1 = (89{,}26 - 10{,}00) =}$ **R$ 79,26.**

  O saldo devedor no final do mês 1 reduz-se a
- $\boldsymbol{S_1 = S_0 - A_1 = (500{,}00 - 79{,}26) =}$**R$ 420,74**

  Prosseguindo para os próximos anos da mesma forma,
  compõe-se a seguinte tabela:

n	Parcela	Juros	Amortização	Saldo
0				500,00
1	89,26	10,00	79,26	420,74
2	89,26	8,41	80,85	339,89
3	89,26	6,80	82,47	257,42
4	89,26	5,15	84,11	173,31
5	89,26	3,47	85,80	87,51
6	89,26	1,75	87,51	0,00
Totais	535,58	35,58	500,00	

Sistema Price – Pós Fixado

- Supor um empréstimo de R$ 500,00 pelo prazo de 6 meses, a juros de 2,0% a.m. e correção sobre o Saldo devedor de 1,0% a.m.

  Por meio da fórmula:
- $\boldsymbol{P_1 = 500.(1{,}01).\ 2\%\ .\ (1{,}02)^6/[(1{,}02)^6\text{-}1] = 90{,}16.}$

  Sabendo que $S_{0\ corrig} = 505$, os juros no mes 1 (J_1) são
- $\boldsymbol{J_1 = 505.2\% = \text{R\$ } 10{,}10.}$

  Assim, a amortização é
- $\boldsymbol{A_1 = (90{,}16 - 10{,}10) = \text{R\$ } 80{,}06.}$

  O saldo devedor no final do mês 1 reduz-se a
- $\boldsymbol{S_1 = S_{0\ corrig} - A_1 = (505{,}00 - 80{,}06) = \text{R\$ } 424{,}94}$

  Prosseguindo para os próximos anos da mesma forma, compõe-se a seguinte tabela:

PRICE PÓS FIXADO

n	Parcela	Juros	Amortização	Saldo Devedor	Correção
0				500,00	505,00
1	90,16	10,10	80,06	424,94	429,19
2	91,06	8,58	82,47	346,72	350,19
3	91,97	7,00	84,96	265,22	267,88
4	92,89	5,36	87,53	180,35	182,15
5	93,82	3,64	90,17	91,98	92,90
6	94,75	1,86	92,90	-	-
	554,64	36,55	518,09		

Sistema de Amortização Constante (SAC)

- Pelo fato de a amortização ser constante, a série de pagamentos **não é** uniforme!
- O seguinte procedimento é tomado:
  - Calculam-se as amortizações inicialmente:

$$\boxed{A_k = V / n; \qquad k = 1..n}$$

  - Calcula-se o saldo devedor em todos os anos

$$\boxed{S_k = S_{k-1} - A_k \qquad k=1..n}$$

  - Calcula-se os juros, sobre o saldo devedor:

$$\boxed{J_k = S_{k-1} \,.\, i \qquad k=1..n}$$

Sistema SAC - Exemplo

0011

- Supor um empréstimo de R$ 500,00 pelo prazo de 6 meses, a juros de 2,0% a.m.
  Por meio da fórmula: $\boxed{A_k = V / n; \quad k = 1..n}$
- ***A = 500/6 = 83,33***
  O saldo devedor no final do mês 1 reduz-se a` $\boxed{S_k = S_{k-1} - A_k \quad k=1..n}$
- $\mathbf{S_1 = S_0 - A_1 = (500{,}00 – 83{,}33) = R\$\ 416{,}66}$
  Sabendo que $V = 500$, os juros no mes 1 (J_1) são $\boxed{J_k = S_{k-1} \,.\, i \quad k=1..n}$
- $\mathbf{J_1 = 500.2\% = R\$\ 10{,}00.}$
  Assim, a 1ª parcela é
- $\mathbf{P_1=(83{,}33 + 10{,}00) = R\$\ 93{,}33}$
  Prosseguindo para os próximos meses da mesma forma, compõe-se a seguinte tabela:

n	Parcela	Juros	Amort	Saldo
0				500,00
1	93,33	10,00	83,33	416,67
2	91,67	8,33	83,33	333,33
3	90,00	6,67	83,33	250,00
4	88,33	5,00	83,33	166,67
5	86,67	3,33	83,33	83,33
6	85,00	1,67	83,33	-
total	535,00	35,00	500,00	

Sistema de Amortização Mista (SAM)

- É uma composição dos sistemas Price e SAC
- O valor de cada parcela é dado por:

$$P_k = \frac{P_{price} + P_{sac_k}}{2}$$

- Cada termo A_k , J_k e S_k é dado pela média aritmética entre os valores correspondentes ao Price e SAC. Assim sendo teremos a tabela:

n	Parcela	Juros	Amort	Saldo
0				500,00
1	91,30	10,00	81,30	418,70
2	90,46	8,37	82,09	336,61
3	89,63	6,73	82,90	253,71
4	88,80	5,07	83,72	169,99
5	87,96	3,40	84,57	85,42
6	87,13	1,71	85,42	0,00
total	535,29	35,29	500,00	

Sistema de Amortizações Geométricas (SAG)

- Nesse sistema as prestações crescem geométricamente
- O valor de cada parcela é dado por:

$$P_k = V_n (1+i)^k$$

- O seguinte procedimento é tomado:
  - Calculam-se as prestações inicialmente pela fórmula:
  - Calcula-se os juros, sobre o saldo devedor
  - Calcula-se as amortizações a cada passo, utilizando a diferença entre cada parcela e os juros correspondentes, assim temos a tabela:

Sistema SAG - Exemplo

- Supor um empréstimo de R$ 500,00 pelo prazo de 6 meses, a juros de 2,0% a.m.
  Por meio da fórmula: $P_k = V_n(1+i)^k$
- ***P_k = 500/6 = 83,33.(1,02)^k assim P_1 = 500/6 = 83,33.(1,02)=85,00***
  Sabendo que V = 500, os juros no mes 1 (J_1) são
- **J_1 = 500.2% = R$ 10,00.**
  Assim, a 1ª parcela de amortização é
- **A_1=(85,00 - 10,00) = R$ 75,00**
  Logo o Saldo Devedor após o pagamento da 1ª parcela é:
- ***S_1 = 500-75 = 425,00***
  Prosseguindo para os próximos meses da mesma forma, compõe-se a seguinte tabela:

n	Parcela	Juros	Amort	Saldo
0				500,00
1	85,00	10,00	75,00	425,00
2	86,70	8,50	78,20	346,80
3	88,43	6,94	81,50	265,30
4	90,20	5,31	84,90	180,41
5	92,01	3,61	88,40	92,01
6	93,85	1,84	92,01	-
total	536,19	36,19	500,00	

Sistema Alemão de Amortização (SAA)

- Nesse sistema as parcelas em k são antecipadas $J_k = S_{k}.i$ e $J_n = 0$

- As parcelas são iguais: $p_0 = V.i$ e $p_1 = p_2 = \dots = p_n = P = a_n$

$$p_k = j_k + a_k = S_k i + a_k = j_{k+1} + a_{k+1} = S_{k+1} i + a_{k+1}$$

$$S_{k+1} = S_k - a_{k+1} \qquad S_k i + a_k = (S_k - a_{k+1})i + a_{k+1}$$

- O valor da amortização: $a_{k+1} = \dfrac{a_k}{1-i}$

$$a_1 + a_2 + .. + a_n = a_1 + \frac{a_1}{1-i} + .. + \frac{a_1}{(1-i)^{n-1}} = V \qquad a_1 = \frac{Vi}{(1-i)^{1-n} - (1-i)}$$

Sistema Alemão - Exemplo

0011

- Supor um empréstimo de R$ 500,00 pelo prazo de 6 meses, a juros de 2,0% a.m.

  Por meio da fórmula:
- $\boldsymbol{A_1 = 500.0{,}02/[(0{,}98)^{-5} - 0{,}98] = 79{,}18}$ ***e*** $\boldsymbol{A_2 = A_1 /0{,}98....}$

  Sabendo que $V = 500$, os juros no mes 0 (J_0) são
- $\boldsymbol{J_0 = 500.2\% =}$ **R$ 10,00 e** $\boldsymbol{J_k = i.\ S_k}$

  Assim, o valor da parcela é:
- $\boldsymbol{P = J_1 + A_1 = S_{1.} + A_1 = (500-79{,}18).0{,}02+79{,}18 = 87{,}60}$

  Prosseguindo para os próximos meses da mesma forma, compõe-se a seguinte tabela:

n	Parcela	Juros	Amort	Saldo
0	10,00	10,00		500,00
1	87,60	8,42	79,18	420,82
2	87,60	6,80	80,80	340,02
3	87,60	5,15	82,45	257,57
4	87,60	3,47	84,13	173,44
5	87,60	1,75	85,85	87,60
6	87,60	0,00	87,60	0,00
	535,59	35,59	500,00	

Tabela Price - Exemplo

n	Parcela	Juros	Amortização	Saldo
0				500,00
1	89,26	10,00	79,26	420,74
2	89,26	8,41	80,85	339,89
3	89,26	6,80	82,47	257,42
4	89,26	5,15	84,11	173,31
5	89,26	3,47	85,80	87,51
6	89,26	1,75	87,51	0,00
Totais	535,58	35,58	500,00	

PRICE PÓS FIXADO

n	Parcela	Juros	Amortização	Saldo Devedor	Correção
0				500,00	505,00
1	90,16	10,10	80,06	424,94	429,19
2	91,06	8,58	82,47	346,72	350,19
3	91,97	7,00	84,96	265,22	267,88
4	92,89	5,36	87,53	180,35	182,15
5	93,82	3,64	90,17	91,98	92,90
6	94,75	1,86	92,90	-	-
	554,64	36,55	518,09		

Sistema SAG - Exemplo

n	Parcela	Juros	Amort	Saldo
0				500,00
1	85,00	10,00	75,00	425,00
2	86,70	8,50	78,20	346,80
3	88,43	6,94	81,50	265,30
4	90,20	5,31	84,90	180,41
5	92,01	3,61	88,40	92,01
6	93,85	1,84	92,01	-
total	536,19	36,19	500,00	

Sistema SAC - Exemplo

n	Parcela	Juros	Amort	Saldo
0				500,00
1	93,33	10,00	83,33	416,67
2	91,67	8,33	83,33	333,33
3	90,00	6,67	83,33	250,00
4	88,33	5,00	83,33	166,67
5	86,67	3,33	83,33	83,33
6	85,00	1,67	83,33	-
total	535,00	35,00	500,00	

Sistema de Amortização Mista (SAM)

n	Parcela	Juros	Amort	Saldo
0				500,00
1	91,30	10,00	81,30	418,70
2	90,46	8,37	82,09	336,61
3	89,63	6,73	82,90	253,71
4	88,80	5,07	83,72	169,99
5	87,96	3,40	84,57	85,42
6	87,13	1,71	85,42	0,00
total	535,29	35,29	500,00	

Sistema Alemão - Exemplo

n	Parcela	Juros	Amort	Saldo
0	10,00	10,00		500,00
1	87,60	8,42	79,18	420,82
2	87,60	6,80	80,80	340,02
3	87,60	5,15	82,45	257,57
4	87,60	3,47	84,13	173,44
5	87,60	1,75	85,85	87,60
6	87,60	0,00	87,60	0,00
	535,59	35,59	500,00	