MATEMÁTICA FINANCEIRA

MATEMÁTICA FINANCEIRA

MATEMÁTICA FINANCEIRA TRATA DO ESTUDO DO DINHEIRO AO LONGO DO TEMPO.

OBJETIVO BÁSICO

EFETUAR ANÁLISES E COMPARAÇÕES DOS VÁRIOS FLUXOS DE ENTRADA E SAÍDA DE DINHEIRO DE CAIXA EM DIFERENTES MOMENTOS.

JUROS

CUSTO DO CRÉDITO OU A REMUNERAÇÃO DO CAPITAL APLICADO (PREÇO A SER PAGO PELO USO DO DINHEIRO).

TAXA DE JUROS

É O COEFICIENTE QUE DETERMINA O VALOR DO JURO.

AS TAXAS DE JUROS SE REFEREM SEMPRE A UMA UNIDADE DE TEMPO (MÊS, SEMESTRE, ANO, ETC).

PODEM SER REPRESENTADOS DE DUAS MANEIRAS:

1. **TAXA PERCENTUAL** – REFERE-SE AOS “CENTOS” DO CAPITAL. O VALOR DOS JUROS PARA CADA CENTÉSIMA PARTE DO CAPITAL.

EXEMPLO:

CAPITAL:R$ 1.000,00

TAXA DE JUROS: 20% a.a.

$$\text{JUROS} = \frac{\text{R\$}1.000{,}00}{100} \times 20$$

JUROS = R$ 10,00 × 20 = R$ 200,00

2. **TAXA UNITÁRIA** – REFERE-SE A UNIDADE DE CAPITAL.

EXEMPLO:

$$JUROS = R\$1000,00 \times \frac{20}{100} =$$

$$= R\$\ 1000,00 \times 0,20 =$$

$$= R\$\ 200,00$$

ESTABELECIMENTO DE UMA TAXA DE JUROS

FATORES:

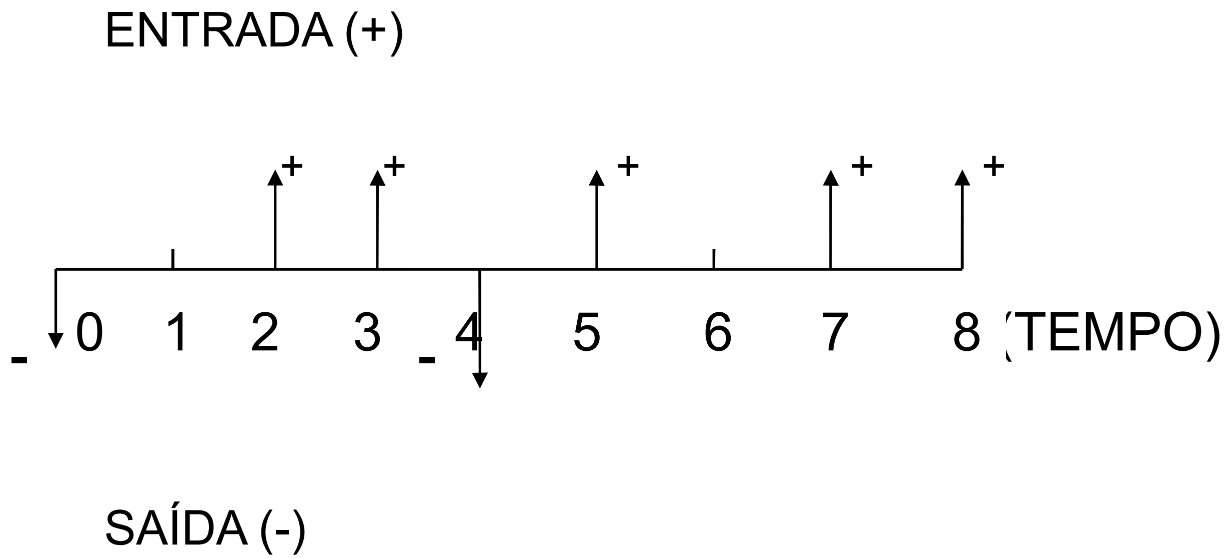
- REMUNERAÇÃO DO CAPITAL
- RISCO
- DESPESAS ADMINISTRATIVAS
- INFLAÇÃO, ETC.

$$1 + i = (1 + \theta_1).(1 + \theta_2).(1 + \theta_3)...(1 + \theta_n)$$

FLUXO DE CAIXA

É O CONJUNTO DE ENTRADA (+) E SAÍDA (-) DE DINHEIRO DO CAIXA, AO LONGO DO TEMPO.

REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DO FLUXO DE CAIXA.



A LINHA HORIZONTAL REGISTRA A ESCALA DE TEMPO: HORIZONTE FINANCEIRO DA OPERAÇÃO.

CAPITALIZAÇÃO DOS JUROS

JUROS SIMPLES (LINEAR) – OS JUROS SÓ INCIDEM SOBRE O CAPITAL INICIAL DA OPERAÇÃO.

O VALOR DOS JUROS É CALCULADO A PARTIR DA EXPRESSÃO:

$$\mathbf{J = C \times i \times n}$$

J =VALOR DOS JUROS EXPRESSO EM UNIDADES MONENTÁRIAS;

C =CAPITAL

i =TAXA DE JUROS, EXPRESSA EM SUA FORMA UNITÁRIA

n = PRAZO.

EXEMPLOS:

1. UM CAPITAL DE R$ 80.000,00 É APLICADO À TAXA DE 2,5% AO MÊS DURANTE UM TRIMESTRE. PEDE-SE DETERMINAR O VALOR DOS JUROS ACUMULADOS NESTE PERÍODO.

SOLUÇÃO: C = R$ 80.000,00

i = 2,5% AO MÊS (0,025)

n = 3 MESES

J = ?

$$J = C \times i \times n$$

$$J = 80.000,00 \times 0,025 \times 3$$

$$J = R\$\ 6.000,00$$

2. UM NEGOCIANTE TOMOU UM EMPRÉSTIMO PAGANDO UMA TAXA DE JUROS SIMPLES DE 6% AO MÊS DURANTE NOVE MESES. AO FINAL DESTE PERÍODO, CALCULOU EM R$ 270.000,00 O TOTAL DOS JUROS INCORRIDOS NA OPERAÇÃO. DETERMINAR O VALOR DO EMPRÉSTIMO.

SOLUÇÃO: C = ?
i = 6% AO MÊS (0,06)
n = 9 MESES
J = R$ 270.000,00

$$C = \frac{J}{i \times n} = \frac{270.000,00}{0,06 \times 9} = \frac{270.000,00}{0,54} = R\$500.000,00$$

3. UM CAPITAL DE R$ 40.000,00 FOI APLICADO NUM FUNDO DE POUPANÇA POR 11 MESES, PRODUZINDO UM RENDIMENTO FINANCEIRO DE R$ 9.680,00. PEDE-SE APURAR A TAXA DE JUROS OFERECIDA POR ESTA OPERAÇÃO.

SOLUÇÃO: C = R$ 40.000,00
i = ?
n = 11 MESES
J = R$ 9.680,00

$$i = \frac{J}{C \times n} = \frac{9.680,00}{40.000,00 \times 11} = \frac{9.680,00}{440.000,00} = 0.022 ou 2,2\% a.m.$$

4. UMA APLICAÇÃO DE R$ 250.000,00, COM UMA TAXA DE JUROS DE 1,8% AO MÊS PRODUZ, AO FINAL DE DETERMINADO PERÍODO, JUROS NO VALOR DE R$ 27.000,00, CALCULAR O PRAZO DA APLICAÇÃO.

SOLUÇÃO: C = R$ 250.000,00
i = 1,8 AO MÊS (0,018)
n = ?
J = R$ 27.000,00

$$n = \frac{27.000,00}{250.000,00 \times 0,018} = \frac{27.000,00}{4.500,00} = 6 MESES$$

MONTANTE E CAPITAL

$M = C + J$

COMO: $J = C.i.n$

$M = C + C.i.n$

$M = C(1+ i.n)$

$C = M/(1+ i.n)$

$(1 + i.n)$ = FATOR DE CAPITALIZAÇÃO

OU

FATOR DE VALOR FUTURO
DOS JUROS SIMPLES

$$\frac{1}{1+i.n} = \text{FATOR DE ATUALIZAÇÃO}$$

OU

FATOR DE VALOR PRESENTE

EXEMPLO:

1. UMA PESSOA APLICA R$ 18.000,00 À TAXA DE 1,5% AO MÊS DURANTE 8 MESES. DETERMINE O VALOR ACUMULADO AO FINAL DESTE PERÍODO.

SOLUÇÃO: C = R$ 18.000,00
i = 1,5% AO MÊS (0,015)
n = 8 MESES
M = ?

$$M = C\ (1 + i \times n)$$

$$M = 18.000{,}00\ (1 + 0{,}015 \times 8)$$

$$M = 18.000{,}00 \times 1{,}12 = R\$\ 20.160{,}00$$

2. UMA DÍVIDA DE R$ 900.000,00 IRÁ VENCER EM 4 MESES. O CREDOR ESTÁ OFERECENDO UM DESCONTO DE 7% AO MÊS CASO O DEVEDOR DESEJE ANTECIPAR O PAGAMENTO PARA HOJE. CALCULAR O VALOR QUE O DEVEDOR PAGARIA CASO ANTECIPASSE A LIQUIDAÇÃO DA DÍVIDA.

SOLUÇÃO: M = R$ 900.000,00
n = 4 MESES
i = 7% AO MÊS (0,07)
C = ?

$$C = \frac{M}{(1 + i \times n)} = \frac{900.000,00}{(1 + 0,07 \times 4)} = \frac{900.000,00}{1,28} = R\$703.125,00$$

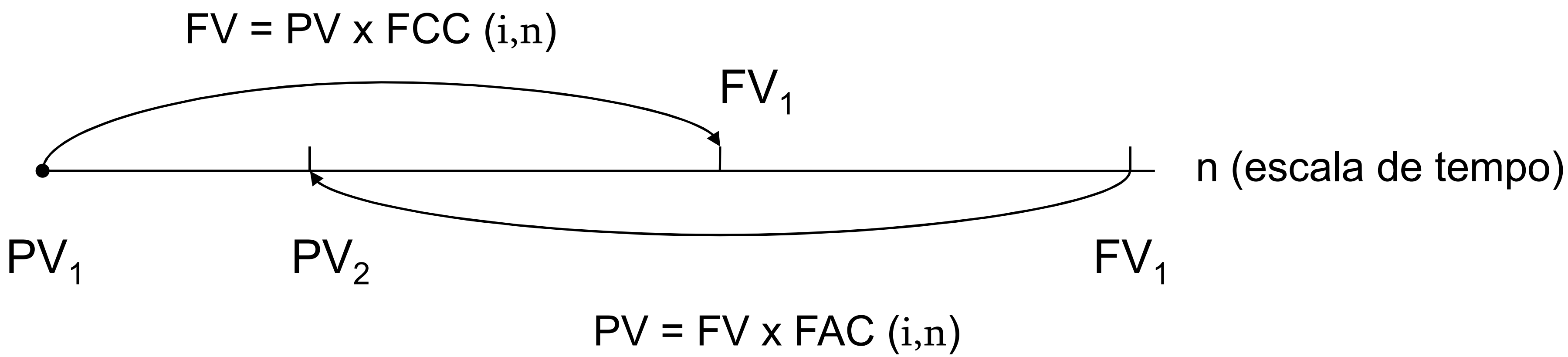
JUROS COMPOSTOS (EXPONENCIAL)

OS JUROS FORMADOS EM CADA PERÍODO SÃO ACRESCIDOS AO CAPITAL FORMANDO O MONTATE (CAPITAL + JUROS), QUE PASSARÁ A RENDER JUROS NO PERÍODO SEGUINTE, E ASSIM POR DIANTE.

$$M = C\,(1 + i)^n \therefore \quad C = \frac{M}{(1+i)^n}$$

$(1 + i)^n$ = FATOR DE CAPITALIZAÇÃO
OU
FATOR DE VALOR FUTURO
DOS JUROS COMPOSTOS

$1/(1+i)^n$ = FATOR DE ATUALIZAÇÃO
OU
FATOR DE VALOR PRESENTE


FV = PV x FCC (i,n)
FV1
n (escala de tempo)
PV1
PV2
FV1
PV = FV x FAC (i,n)

EXEMPLOS:

1. SE UMA PESSOA DESEJA OBTER R$ 27.500,00 DENTRO DE UM ANO, QUANTO DEVERÁ ELA DEPOSITAR HOJE NUMA ALTERNATIVA DE POUPANÇA QUE RENDE 1,7% DE JUROS COMPOSTO AO MÊS?

SOLUÇÃO: M = R$ 27.500,00
n = 1 ANO (12 MESES)
i = 1,7% A.M.
C = ?

$$C = \frac{M}{(1+i)^n} = \frac{27.500,00}{(1+0,017)^{12}} = \frac{27.500,00}{(1,017)^{12}} = R\$22.463,70$$

2. QUAL O VALOR DE RESGATE DE UMA APLICAÇÃO DE R$ 12.000,00 EM UM TÍTULO PELO PRAZO DE 8 MESES À TAXA DE JUROS COMPOSTA DE 3,5% A.M.?

SOLUÇÃO: C = R$ 12.000,00
n = 8 MESES
i = 3,5% A.M.
M = ?

$$M = C\,(1 + i)^n$$
$$M = 12.000,00 \times (1 + 0,035)^8$$
$$M = 12.000,00 \times 1,316809 = R\$\ 15.801,71$$

3. DETERMINAR A TAXA COMPOSTA DE JUROS DE UMA APLICAÇÃO DE R$ 40.000,00 QUE PRODUZ UM MONTANTE DE R$ 43.894,63 AO FINAL DE UM QUADRIMESTRE.

SOLUÇÃO: C = R$ 40.000,00
M = R$ 43.894,63
n = 4 MESES
i = ?

$$M = C\,(1 + i)^n \quad \therefore \quad \frac{M}{C} = (1+i)^n$$

$$\frac{43.894{,}63}{40.000{,}00} = (1+i)^4 \quad \therefore \quad 1{,}097366 = (1 + i)^4$$

$$\sqrt[4]{1{,}097366} = \sqrt[4]{(1+i)^4} \quad \therefore 1 + i = 1{,}0235$$

i = 0,0235 ou 2,35 A.M.

4. UMA APLICAÇÃODE R$ 22.000,00 EFETUADA EM CERTA DATA PRODUZ, À TAXA COMPOSTA DE JUROS DE 2,4% AO MÊS, UM MONTANTE DE R$ 26.596,40 EM CERTA DATA FUTURA. CALCULAR O PRAZO DA OPERAÇÃO.

SOLUÇÃO: C = R$ 22.000,00
M = R$ 26.596,40
i = 2,4% A.M.
n = ?

$$M = C\,(1 + i)^n$$

$$= \frac{26.596,40}{22.000,00} = (1,024)^n \quad \therefore 1,208927 = (1,024)^n$$

APLICANDO-SE LOGARITMOS, TEM-SE:
log 1,208927 = n $\times$ log 1,024

$$n = \frac{\log 1,208927}{\log 1,024} = \frac{0,082400}{0,010300} = 8\,MESES$$

5. DETERMINE O JURO PAGO DE UM EMPRÉSTIMO DE R$ 88.000,00 PELO PRAZO DE 5 MESES À TAXA COMPOSTA DE 4,5% AO MÊS.

SOLUÇÃO: J = ?

C = R$ 88.000,00

n = 5 MESES

i = 4,4% a.m

$J = C\,[(1 + i)^n - 1]$

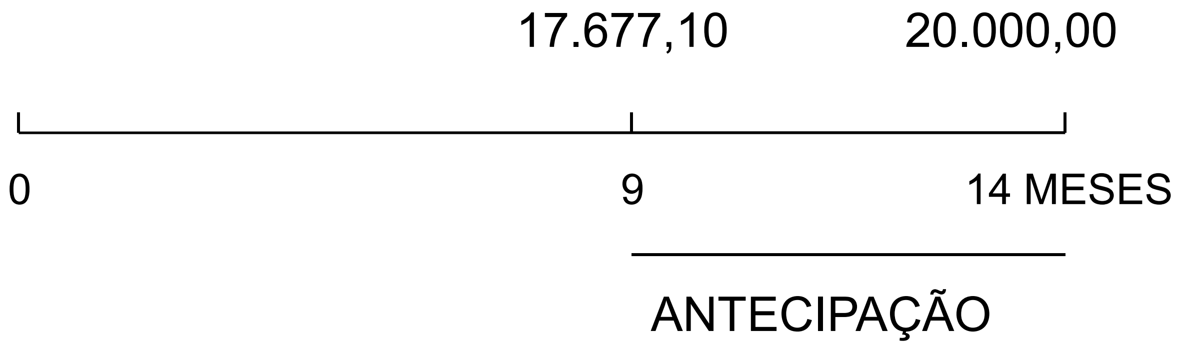
$J = 88.000,00\,[(1,045)^5 - 1]$

$J = 88.000,00\,(0,246182) = R\$\ 21.664,02$

6. DESEJA-SE CALCULAR QUANTO SERÁ PAGO POR UM EMPRÉSTIMO DE R$ 20.000,00 VENCÍVEL DE HOJE A 14 MESES AO SE ANTECIPAR POR 5 MESES A DATA DE SEU PAGAMENTO. SABE-SE QUE O CREDOR ESTÁ DISPOSTO A ATUALIZAR A DÍVIDA À TAXA COMPOSTA DE 2,5% AO MÊS.

SOLUÇÃO:

$$PV = \frac{20.000,00}{(1+0.025)^5} = \frac{20.000,00}{(1,025)^5} = R\$17.677.10$$



7. ADMITA UM EMPRÉSTIMO QUE ENVOLVE OS SEGUINTES PAGAMENTOS: R$ 15.000,00 DE HOJE A 2 MESES; R$ 40.000,00 DE HOJE A 5 MESES; R$50.000,00 DE HOJE A 6 MESES E R$ 70.000,00 DE HOJE A 8 MESES.

O DEVEDOR DESEJA APURAR O VALOR PRESENTE (NA DATA ZERO) DESTES FLUXOS DE PAGAMENTO, POIS ESTÁ NEGOCIANDO COM O BANCO A LIQUIDAÇÃO IMEDIATA DE TODA A SUA DÍVIDA. A TAXA DE JUROS CONSIDERADA NESTA ANTECIPAÇÃO É DE 3% AO MÊS.

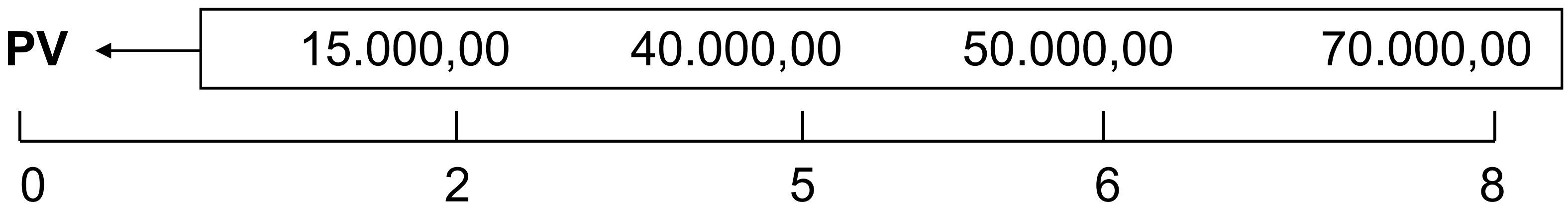
SOLUÇÃO:

$$PV = \frac{15.000,00}{(1,03)^2} + \frac{40.000,00}{(1,03)^5} + \frac{50.000,00}{(1,03)^6} + \frac{70.000,00}{(1,03)^8}$$

$$PV = 14.138,94 + 34.504,35 + 41.874,21 + 55.258,65$$

PV = R$ 145.776,15

REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA DÍVIDA:



EQUIVALÊNCIA DE CAPITAIS A JUROS COMPOSTOS

O PRINCÍPIO DE EQUIVALÊNCIA DE CAPITAIS É FUNDAMENTAL E ESSENCIAL A TODAS AS ABORDAGENS APLICADOS AOS PROBLEMAS DE CÁLCULO FINANCEIRO.

DIZ-SE QUE DOIS CAPITAIS, COM DATAS DE VENCIMENTO DETERMINADAS, SÃO EQUIVALENTES QUANDO, LEVADOS PARA UMA MESMA DATA À MESMA TAXA DE JUROS TIVEREM VALORES IGUAIS.

EXEMPLOS

1. CALCULAR O VALOR PRESENTE DO CONJUNTO DE CAPITAIS APRESENTADO A SEGUIR E VERIFICAR SE A JUROS COMPOSTOS DE 10% a.m. ELES SÃO EQUIVALENTES.

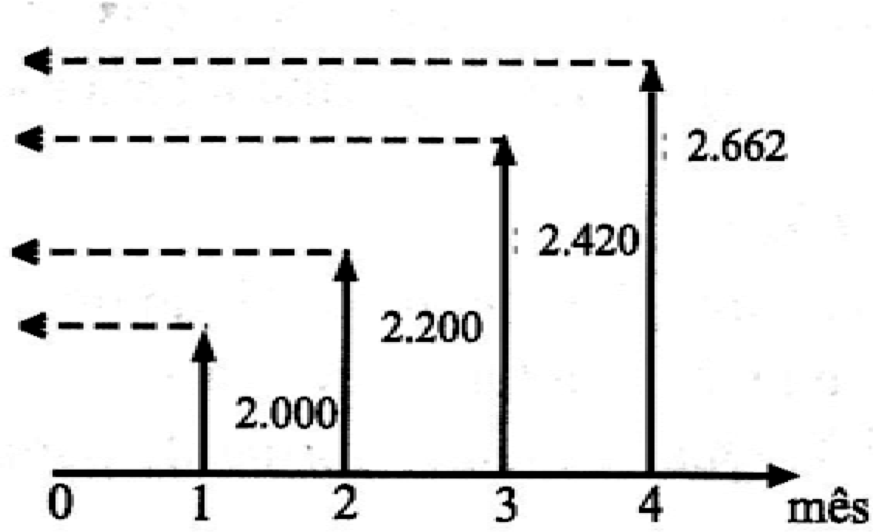
CAPITAL	MÊS DE VENCIMENTO
R$ 2.000,00	1
R$ 2.200,00	2
R$ 2.420,00	3
R$ 2.662,00	4

SOLUÇÃO

$$\frac{2.000}{(1{,}10)} = \frac{2.200}{(1{,}10)^2} = \frac{2.420}{(1{,}10)^3} = \frac{2.662}{(1{,}10)^4} = R\$1.818{,}18$$

$$1.818{,}18 = 2.662 \times (1{,}10)^{-4}$$
$$1.818{,}18 = 2.420 \times (1{,}10)^{-3}$$
$$1.818{,}18 = 2.200 \times (1{,}10)^{-2}$$
$$\underline{1.818{,}18} = 2.000 \times (1{,}10)^{-1}$$

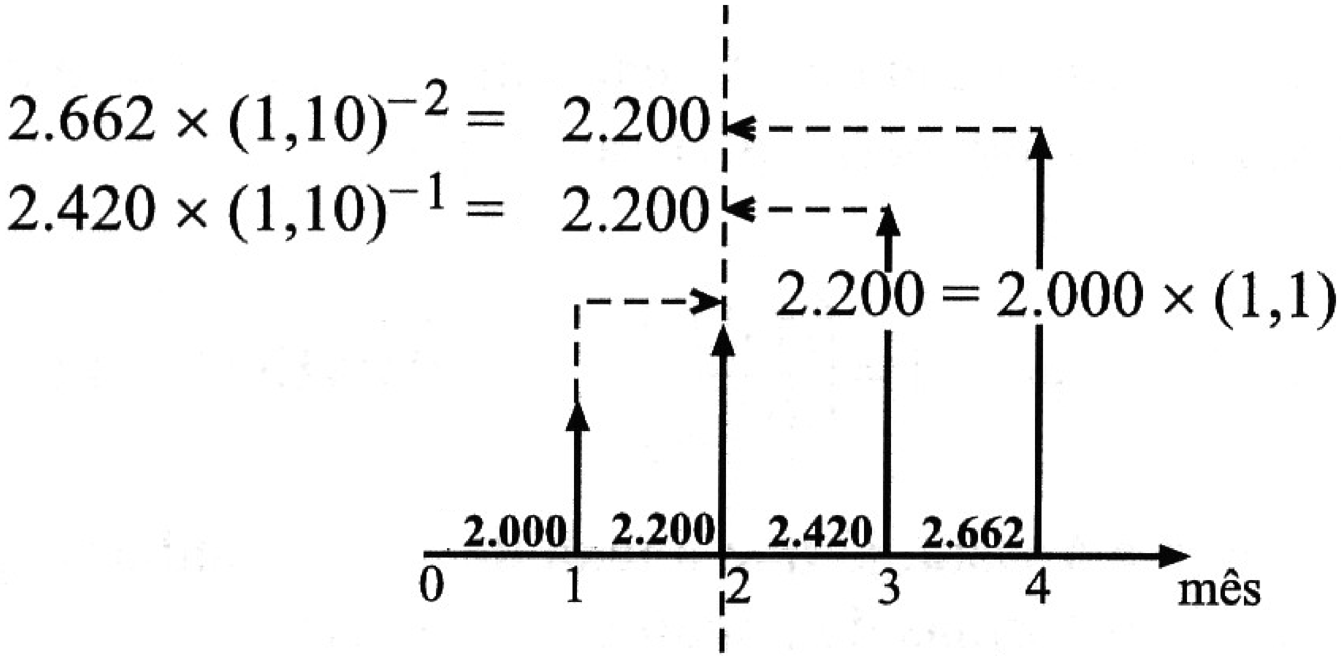
P = **R$ 7.272,72** (valor presente)



OS CAPITAIS SÃO EQUIVALENTES NA DATA FOCAL INICIAL (DATA ZERO), TENDO EM VISTA QUE SEUS VALORES ATUALIZADOS NAQUELA DATA SÃO IGUAIS.

MUDANDO A DATA FOCAL PARA O SEGUNDO MÊS,

$$2.200 = 2.000 \times \frac{2.420}{(1{,}10)} = \frac{2.662}{(1{,}10)} = \frac{2.662}{(1{,}10)^2}$$



CONSTATA-SE QUE A EQUIVALÊNCIA DOS CAPITAIS É MANTIDA. NO REGIME DE JUROS COMPOSTOS, UMA VEZ VERIFICADA A EQUIVALÊNCIA PARA UMA CERTA DATA FOCAL, ESSA PERMANECERÁ VÁLIDA PARA QUALQUER OUTRA.

2. VERIFICAR SE OS CONJUNTOS DE CAPITAIS A E B SÃO EQUIVALENTES, CONSIDERANDO UMA TAXA DE JUROS DE 10% a.m.

CONJUNTO A		CONJUNTO B	
CAPITAL	MÊS DE VENCIMENTO	CAPITAL	MÊS DE VENCIMENTO
R$ 2.000,00	1	R$ 2.100,00	1
R$ 2.200,00	2	R$ 2.000,00	2
R$ 2.420,00	3	R$ 2.300,00	3
R$ 2.662,00	4	R$ 2.902,00	4

DOIS CONJUNTOS DE CAPITAIS SÃO EQUIVALENTES EM UMA DETERMINADA DATA FOCAL QUANDO A SOMA DE SEUS VALORES ATUALIZADOS PARA AQUELA DATA É IGUAL. ESCOLHENDO COMO DATA FOCAL A DATA ZERO, TEM-SE:

$$\frac{2.000}{1{,}10} + \frac{2.200}{(1{,}10)^2} + \frac{2.420}{(1{,}10)^3} + \frac{2.662}{(1{,}10)^4} =$$

$$= \frac{2.100}{1{,}10} + \frac{2.000}{(1{,}10)^2} + \frac{2.300}{(1{,}10)^3} + \frac{2.902{,}90}{(1{,}10)^4} = R\$7.272{,}72$$

VERIFICA-SE QUE OS VALORES PRESENTES DOS DOIS CONJUNTOS DE CAPITAIS SÃO IGUAIS, PORTANTO, EQUIVALENTES. ESSA EQUIVALÊNCIA PERMANECERÁ PARA QUALQUER OUTRA DATA FOCAL.

3. EM VENDAS À VISTA UMA LOJA OFERECE 5% DE DESCONTO; PAGANDO POR MEIO DE UM CHEQUE PRÉ-DATADO PARA UM MÊS, NÃO HÁ COBRANÇA DE JUROS, PARA CHEQUES PRÉ-DATADOS PARA DOIS MESES, HÁ UM ACRÉSCIMO DE 3%. QUAL A MELHOR FORMA DE PAGAMENTO SE O RENDIMENTO DA POUPANÇA FOR DE 3,5% a.m.?

DADOS: VALOR À VISTA = 0,95P;
i = 5% a.m.,
VALOR A UM MÊS = P;
VALOR A DOIS MESES = 1,03P

•CÁLCULO DA TAXA DE JUROS EMBUTIDA

***PAGAMENTO A UM MÊS*:** POR EQUIVALÊNCIA DE CAPITAIS, O VALOR PRESENTE DO PAGAMENTO A UM MÊS DEVE SER IGUAL AO VALOR DO PAGAMENTO À VISTA:

$$\frac{P}{1+i} = 0{,}95P \Rightarrow i = \frac{1}{0{,}95} - 1 = 0{,}052632 = 5{,}2632 a.m.$$

PAGAMENTO A DOIS MESES: POR EQUIVALÊNCIA DE CAPITAIS, O VALOR PRESENTE DO PAGAMENTO A DOIS MESES DEVE SER IGUAL AO VALOR DO PAGAMENTO À VISTA:

***PAGAMENTO A DOIS MESES*:** POR EQUIVALÊNCIA DE CAPITAIS, O VALOR PRESENTE DO PAGAMENTO A DOIS MESES DEVE SER IGUAL AO VALOR DO PAGAMENTO À VISTA:

$$\frac{1{,}03P}{(1+i)^2} = 0{,}95P \Rightarrow i = \left(\frac{1{,}03}{0{,}95}\right)^{1/2} - 1 = .$$

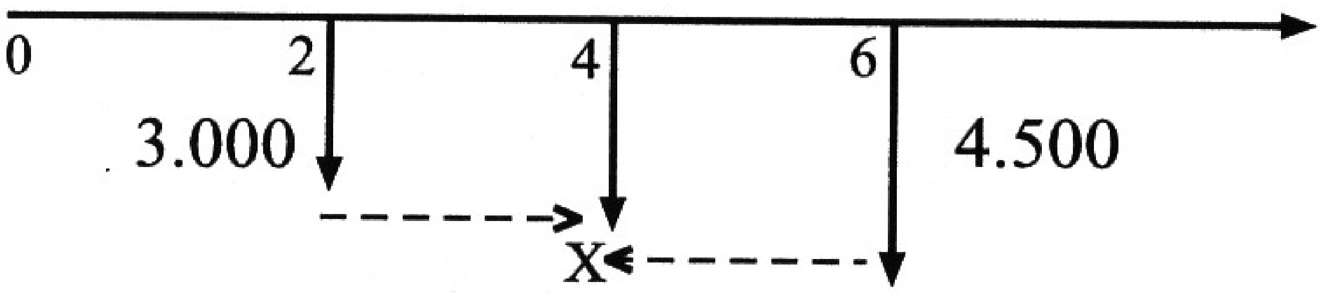
$$0{,}041254 = 4{,}1254\% a.m$$

A MELHOR FORMA DE PAGAMENTO É À VISTA, JÁ QUE A TAXA DE JUROS GANHA NA POUPANÇA É MENOR QUE A COBRADA PELA LOJA NAS OUTRAS DUAS FORMAS DE PAGAMENTO POSSÍVEIS.

4. UMA PESSOA DEVE R$ 3.000,00 COM VENCIMENTO EM DOIS ANOS E R$ 4.500,00 COM VENCIMENTO EM SEIS ANOS. PRETENDE PAGAR SEUS DÉBITOS POR MEIO DE UM PAGAMENTO ÚNICO A SER REALIZADO NO FINAL DE QUATRO ANOS. CONSIDERANDO UMA TAXA DE JUROS EFETIVA DE 10% a.a., DETERMINAR O VALOR DO PAGAMENTO ÚNICO QUE LIQUIDA A DÍVIDA.

POR EQUIVALÊNCIA DE CAPITAIS, O VALOR DO PAGAMENTO ÚNICO DEVE SER IGUAL AO VALOR ATUALIZADO (NO QUARTO ANO) DO FLUXO DE CAIXA DA PRIMEIRA FORMA DE PAGAMENTO:

SOLUÇÃO



$$X = 3.000 \times (1{,}10)^2 + \frac{4.500}{(1{,}10)^2} = R\$7.349{,}00$$

EMPRÉSTIMOS

EMPRÉSTIMOS - INTRODUÇÃO

A DÍVIDA É GERADA QUANDO UMA IMPORTÂNCIA É EMPRESTADA POR UM CERTO PRAZO.

OS EMPRÉSTIMOS PODEM SER DE:

- CURTO PRAZO;
- MÉDIO PRAZO;
- LONGO PRAZO.

OS JUROS DEVEM SER CALCULADOS SEMPRE SOBRE O SALDO DEVEDOR.

EMPRÉSTIMOS - DEFINIÇÕES

MUTANTE OU CREDOR: A PESSOA OU INSTITUIÇÃO QUE DÁ O EMPRÉSTIMO.

MUTUÁRIO OU DEVEDOR: A PESSOA OU INSTITUIÇÃO QUE RECEBE O EMPRÉSTIMO.

TAXA DE JUROS: É A TAXA DE JUROS CONTRATADA ENTRE AS PARTES.

IOF: IMPOSTO SOBRE OPERAÇÕES FINANCEIRAS.

PRAZO DE UTILIZAÇÃO: INTERVALO DE TEMPO EM QUE RECURSOS ESTÃO DISPONÍVEIS PARA O SAQUE.

PRAZO DE CARÊNCIA: INTERVALO DE TEMPO ENTRE O PRAZO DE UTILIZAÇÃO E O PAGAMENTO DA PRIMEIRA AMORTIZAÇÃO.

EMPRÉSTIMOS - DEFINIÇÕES

- **SALDO DEVEDOR:** É O ESTADO DA DÍVIDA NUM DADO INSTANTE.

- **PERÍODO DE AMORTIZAÇÃO:** É O INTERVALO ENTRE DUAS AMORTIZAÇÕES.

EMPRÉSTIMOS - DEFINIÇÕES

PARCELAS DE AMORTIZAÇÃO: CORRESPONDE ÀS PARCELAS DE DEVOLUÇÃO DO PRINCIPAL.

PRAZO DE AMORTIZAÇÃO: TEMPO EM QUE SÃO PAGAS AS AMORTIZAÇÕES.

PRESTAÇÃO: É A SOMA DA AMORTIZAÇÃO MAIS JUROS E OUTROS ENCARGOS.

PLANILHA: QUADRO COM O CRONOGRAMA DO EMPRÉSTIMO E AMORTIZAÇÕES.

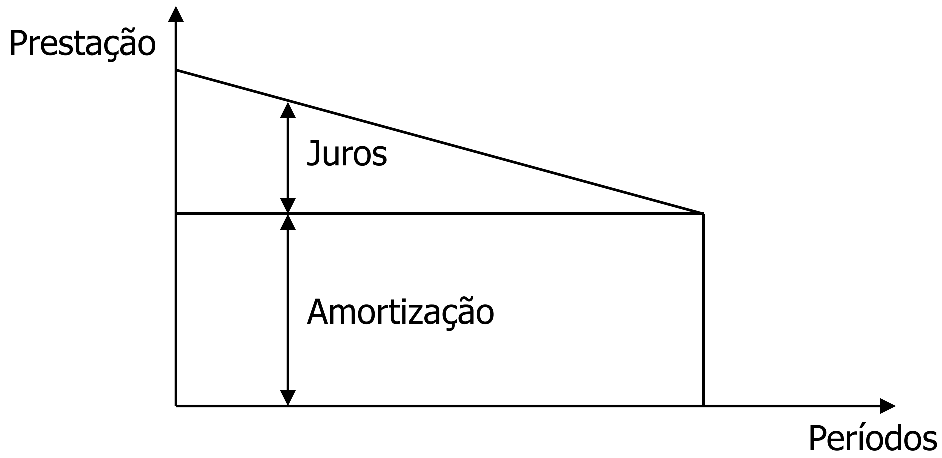
PRAZO TOTAL DO FINANCIAMENTO: É A SOMA DO PRAZO DE CARÊNCIA COM O PRAZO DE AMORTIZAÇÃO.

CLASSIFICAÇÃO DAS MODALIDADES DE AMORTIZAÇÃO

SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO CONSTANTE (SAC)

- AS PARCELAS DE AMORTIZAÇÃO SÃO IGUAIS ENTRE SI.
- OS JUROS SÃO CALCULADOS SOBRE O SALDO DEVEDOR.

REPRESENTAÇÃO:



EXEMPLO

1) UMA EMPRESA PEDE EMPRESTADO R$ 100.000,00 QUE O BANCO ENTREGA NO ATO. SABENDO QUE O BANCO CONCEDEU 3 ANOS DE CARÊNCIA, QUE OS JUROS SERÃO PAGOS ANUALMENTE, QUE A TAXA DE JUROS É DE 10% AO ANO E QUE O PRINCIPAL SERÁ AMORTIZADO EM 4 PARCELAS ANUAIS, CONSTRUIR A PLANILHA.

Resolução: A amortização anual é

$$\frac{100.000,00}{4} = 25.000,00$$

VAMOS ADMITIR QUE O PRINCIPAL FORA EMPRESTADO NO INÍCIO DO PRIMEIRO ANO E QUE AS PRESTAÇÕES E OS JUROS SEJAM PAGOS NO FIM DE CADA ANO.

EXEMPLO

TEMOS:

Ano (k)	Saque	Saldo Devedor (Sd_k)	Amortização (Ak)	Juros (J_k)	Prestação (A_k+J_k)
0	100.000,00	100.000,00	-	-	-
1	-	100.000,00	-	10.000,00	10.000,00
2	-	100.000,00	-	10.000,00	10.000,00
3	-	75.000,00	25.000,00	10.000,00	35.000,00
4	-	50.000,00	25.000,00	7.500,00	32.500,00
5	-	25.000,00	25.000,00	5.000,00	30.000,00
6	-	-	25.000,00	2.500,00	27.500,00
Total	-	-	100.000,00	45.000,00	145.000,00

EXEMPLO

O RACIOCÍNIO FOI O SEGUINTE:

A) DO INÍCIO DO PRIMEIRO ANO (DATA ZERO) ATÉ O FIM DO TERCEIRO ANO, TEMOS 3 PERÍODOS, QUE CORRESPONDEM À CARÊNCIA.

LOGO APÓS TERMINADO O PERÍODO DE CARÊNCIA, TEMOS A PRIMEIRA AMORTIZAÇÃO DE R$ 25.000,00.

B) OS JUROS SÃO CALCULADOS SEMPRE SOBRE O SALDO DEVEDOR DO PERÍODO ANTERIOR. OU SEJA: SENDO J_K O JURO DEVIDO NO PERÍODO K, SENDO I A TAXA DE JUROS E SD_{K-1} O SALDO DEVEDOR DO PERÍODO ANTERIOR, TEMOS:

$$J_k = iSd_{k-1}$$

EXEMPLO

- OBSERVE, NO EXEMPLO, QUE O JURO DO PERÍODO É CALCULADO MULTIPLICANDO-SE A TAXA (NA FORMA UNITÁRIA) PELO SALDO DEVEDOR DO PERÍODO ANTERIOR.

- C) A PRESTAÇÃO É OBTIDA SOMANDO-SE, AO FINAL DE CADA PERÍODO, A AMORTIZAÇÃO COM OS JUROS.

- D) A LINHA DE *TOTAL* SERVE PARA VERIFICAR SE AS SOMAS BATEM, E, PORTANTO, SE AS CONTAS ESTÃO CERTAS.

EXEMPLO

2) EM ALGUNS CASOS, COMO O DA IMPLANTAÇÃO DE UMA FÁBRICA NOVA, AS PARTES PODEM COMBINAR O NÃO-PAGAMENTO DOS JUROS DURANTE O PERÍODO DE CARÊNCIA. DIZ-SE ENTÃO QUE OS JUROS FORAM CAPITALIZADOS DURANTE A CARÊNCIA. TUDO SE PASSA COMO SE A ENTIDADE FINANCEIRA TIVESSE CONCEDIDO UM EMPRÉSTIMO ADICIONAL PARA O PAGAMENTO DOS JUROS.

EXEMPLO

- PODEMOS TER DOIS CASOS:

- **A)** AS AMORTIZAÇÕES SÃO CALCULADAS EM RELAÇÃO AO VALOR INICIAL EMPRESTADO E OS JUROS CAPITALIZADOS SÃO PAGOS NO PRIMEIRO ANO DE AMORTIZAÇÃO.
- **B)** AS AMORTIZAÇÕES SÃO CALCULADAS EM RELAÇÃO AO VALOR INICIAL EMPRESTADO MAIS OS JUROS CAPITALIZADOS DURANTE A CARÊNCIA.
- TOMANDO COMO BASE O EXEMPLO APRESENTADO NO ITEM ANTERIOR,
- VEJAMOS OS DOIS CASOS:

EXEMPLO

O RACIOCÍNIO FOI O SEGUINTE:

A) DO INÍCIO DO PRIMEIRO ANO (DATA ZERO) ATÉ O FIM DO TERCEIRO ANO, TEMOS 3 PERÍODOS, QUE CORRESPONDEM À CARÊNCIA.

LOGO APÓS TERMINADO O PERÍODO DE CARÊNCIA, TEMOS A PRIMEIRA AMORTIZAÇÃO DE R$ 25.000,00.

B) OS JUROS SÃO CALCULADOS SEMPRE SOBRE O SALDO DEVEDOR DO PERÍODO ANTERIOR. OU SEJA: SENDO J_K O JURO DEVIDO NO PERÍODO K, SENDO I A TAXA DE JUROS E SD_{K-1} O SALDO DEVEDOR DO PERÍODO ANTERIOR, TEMOS:

$$J_k = iSd_{k-1}$$

EXEMPLO

CASO A

AO SALDO DEVEDOR, NO FIM DE CADA PERÍODO, FOI ACRESCENTADO O JURO DEVIDO, CALCULADO À TAXA DE 10% a.a. AO FINAL DO 3° ANO, OS JUROS CAPITALIZADOS FORAM PAGOS JUNTAMENTE COM A PRIMEIRA PRESTAÇÃO, COMO NO EXEMPLO DO ITEM ANTERIOR.

Ano (K)	Saque	Saldo Devedor (Sd_k)	Amortização (Ak)	Juros (J_k)	Prestação (A_k+J_k)
0	100.000,00	100.000,00	-	-	-
1	-	110.000,00	-	-	-
2	-	121.000,00	-	-	-
3	-	75.000,00	25.000,00	33.100,00	58.100,00
4	-	50.000,00	25.000,00	7.500,00	32.500,00
5	-	25.000,00	25.000,00	5.000,00	30.000,00
6	-	-	25.000,00	2.500,00	27.500,00
Total	-	-	100.000,00	48.100,00	148.100,00

EXEMPLO

CASO B

Ano (k)	Saldo Devedor	Amortização (1)	Juros (2)	Prestação (1+2)
0	100.000,00	-	-	-
1	110.000,00	-	-	-
2	121.000,00	-	-	-
3	99.825,00	33.275,00	-	33.275,00
4	66.550,00	33.275,00	9.982,50	43.257,50
5	33.275,00	33.275,00	6.655,00	39.930,00
6	-	33.275,00	3.327,50	36.602,50
Total	-	133.100,00	19.965,00	153.065,00

NESTE CASO, AO FIM DE CADA PERÍODO FOI CALCULADO O JURO DE 10% SOBRE O SALDO DEVEDOR E ACRESCIDO AO MESMO. NO TERCEIRO PERÍODO, O SALDO DEVEDOR ERA:

EXEMPLO

$Sd_3 = 133.100,00$

PORTANTO, AS PARCELAS DE AMORTIZAÇÃO:

$$A = \frac{133.100,00}{4} = 33.275,00$$

COMPARANDO OS TOTAIS DAS PRESTAÇÕES NOS TRÊS CASOS JÁ APRESENTADOS, TEMOS PARA UM EMPRÉSTIMO DE R$ 100.000,00:

SAC	**145.000,00**
CASO A:	148.100,00
CASO B:	153.065,00

O CÁLCULO RESTANTE DA PLANILHA É PROCESSADO COMO NO CASO ANTERIOR. OBSERVE QUE O FLUXO DE PRESTAÇÕES É MAIS UNIFORME QUE NO CASO ANTERIOR.

Exemplo

3) SEJA AINDA O EXEMPLO 1, MAS ADMITINDO-SE QUE O EMPRÉSTIMO DE R$ 100.000,00 SEJA DADO PELO BANCO EM DUAS PARCELAS IGUAIS, DEFASADAS DE 1 ANO. E QUE AS DEMAIS CONDIÇÕES SEJAM AS MESMAS. A PLANILHA, ENTÃO, FICA DO SEGUINTE MODO:

APARENTEMENTE ESTÁ HAVENDO UM ACRÉSCIMO NO CUSTO TOTAL, MAS ESTE ACRÉSCIMO É DEVIDO AO FATO DE QUE ESTÁ AMORTIZANDO O PRINCIPAL COM MAIOR DEFASAGEM. VERIFIQUE QUE O VALOR ATUAL DAS PRESTAÇÕES DESCONTADAS A 10% a.a. É EXATAMENTE IGUAL A R$ 100.000,00. PORTANTO, O CUSTO DO EMPRÉSTIMO É DE 10% a.a.

EXEMPLO

Ano (k)	Saldo Devedor (Sd_k)	Amortização (A_k)	Juros (J_k)	Prestação (A_k+J_k)
0	50.000,00	-	-	-
1	100.000,00	-	5.000,00	5.000,00
2	100.000,00	-	10.000,00	10.000,00
3	75.000,00	25.000,00	10.000,00	35.000,00
4	50.000,00	25.000,00	7.500,00	32.500,00
5	25.000,00	25.000,00	5.000,00	30.000,00
6	-	25.000,00	2.500,00	27.500,00
Total	-	100.000,00	40.000,00	140.000,00

DEVE-SE COMPARAR ESTA PLANILHA COM AQUELA OBTIDA NO ITEM 1) E CONSTATAR QUE, À EXCEÇÃO DO JURO PAGO APÓS O PRIMEIRO PERÍODO, OS DEMAIS VALORES SÃO IGUAIS. NESTAS CONDIÇÕES, O ÚNICO EFEITO DE UM PRAZO DE UTILIZAÇÃO NÃO-UTILITÁRIO É GERAR UM FLUXO DE PRESTAÇÕES MAIS UNIFORME.

EXEMPLO

A CAPITALIZAÇÃO DOS JUROS NO PRAZO DE CARÊNCIA PODE SER FEITA COMO JÁ SE ANALISOU.

O FATO DE O TOTAL DAS PRESTAÇÕES SER INFERIOR AOS TOTAIS DOS CASOS ANTERIORES TAMBÉM NÃO QUER DIZER QUE A TAXA SEJA MENOR. ELA É EXATAMENTE DE 10% a.a., COMO PODEMOS VERIFICAR.

A) O VALOR ATUAL, NA DATA ZERO, DOS DESEMBOLSOS FEITOS PELO BANCO, À TAXA DE 10% a.a., É:

$$V_B = \frac{50.000,00}{(1,10)^0} + \frac{50.000,00}{(1,10)^1} \cong 95.454,55$$

B) E O VALOR DAS PRESTAÇÕES PAGAS PELO CLIENTE, NAS MESMAS CONDIÇÕES:

$$V_c = \frac{5.000,00}{(1,10)^1} + \frac{10.000,00}{(1,10)^2} + \frac{35.000,00}{(1,10)^3} + \frac{32.500,00}{(1,10)^4} +$$

$$+ \frac{30.000,00}{(1,10)^5} + \frac{27.500,00}{(1,10)^6} \cong 95.454,55$$

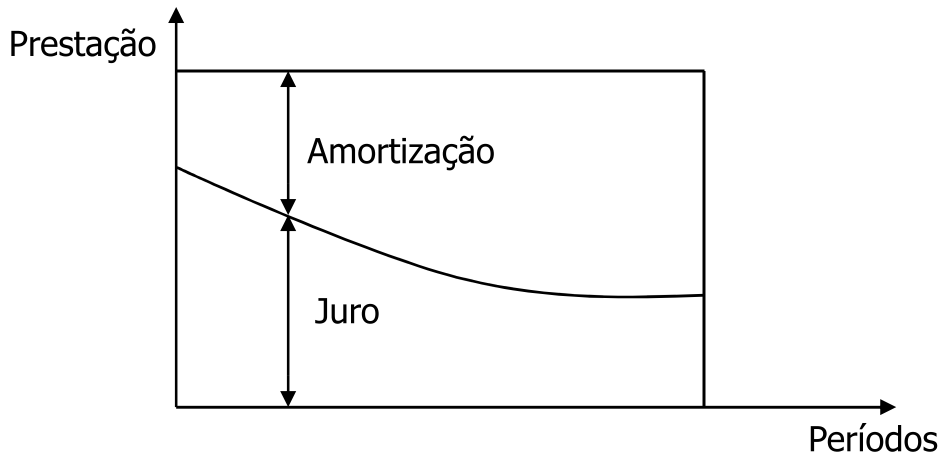
LOGO, $V_B = V_C$, OU SEJA, OS CAPITAIS SÃO EQUIVALENTES NA DATA ZERO. ISTO QUER DIZER QUE O CLIENTE DO BANCO DEVOLVEU EXATAMENTE O QUE LHE FOI EMPRESTADO, À TAXA DE JUROS CONTRATADA.

CLASSIFICAÇÃO DAS MODALIDADES DE AMORTIZAÇÃO

SISTEMA FRANCÊS (SF)

- AS PRESTAÇÕES SÃO IGUAIS ENTRE SI.
- TAMBÉM É CONHECIDO COMO SISTEMA PRICE.

REPRESENTAÇÃO:



EXEMPLO

SISTEMA FRANCÊS (SF), COM PRAZO DE UTILIZAÇÃO UNITÁRIO E SEM PRAZO DE CARÊNCIA

RESOLUÇÃO: SE O PRINCIPAL VAI SER DEVOLVIDO EM 5 PRESTAÇÕES IGUAIS E POSTECIPADAS, TEMOS EXATAMENTE UMA ANUIDADE QUE SE CONFORMA AO NOSSO MODELO BÁSICO:

1) UM BANCO EMPRESTA R$ 100.000,00, ENTREGUES NO ATO, SEM PRAZO DE CARÊNCIA. SABENDO QUE O BANCO UTILIZA O SISTEMA FRANCÊS, QUE A TAXA CONTRATADA FO ... A DEVOLUÇÃO EN ... A PLANILHA.

Ou seja:

$$P = R.a_{\overline{n}|i}$$

$$R = \frac{100.000,00}{a_{\overline{5}|10}} = \frac{100.000,00}{3,790787} \cong 26.379,75$$

EXEMPLO

TEREMOS ENTÃO 5 PRESTAÇÕES IGUAIS DE R$ 6.379,75. OS JUROS SERÃO CALCULADOS DO MODO JÁ VISTO NO SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO CONSTANTE, OU SEJA, APLICANDO A TAXA DE JUROS AO SALDO DEVEDOR DO PERÍODO ANTERIOR.

A AMORTIZAÇÃO SERÁ CALCULADA PELA DIFERENÇA ENTRE A PRESTAÇÃO E O JURO DO PERÍODO. POR SUA VEZ, O SALDO DEVEDOR DO PERÍODO SERÁ CALCULADO COMO SENDO A DIFERENÇA ENTRE O SALDO DEVEDOR DO PERÍODO ANTERIOR E A AMORTIZAÇÃO DO PERÍODO:

EXEMPLO

Ano (k)	Saldo Devedor (Sd_k)	Amortização (A_k)	Juros ($J_k = iSd_{k-1}$)	Prestação ($A_k + J_k$)
0	100.000,00	-	-	-
1	83.620,25	16.379,75	10.000,00	26.379,75
2	65.602,53	18.017,72	8.362,03	26.379,75
3	45.783,03	19.819,50	6.560,25	26.379,75
4	23.981,58	21.801,45	4.578,30	26.379,75
5	-	23.981,58	2.398,16	26.379,74
Total	-	100.000,00	31.898,74	131.898,74

NOTA: FEZ-SE UM PEQUENO ACERTO NO ÚLTIMO PERÍODO: O PROCEDIMENTO, PORTANTO, É O SEGUINTE:

EXEMPLO

A) CALCULA-SE A PRESTAÇÃO R.

B) CALCULAM-SE PARA CADA PERÍODO (K) OS JUROS SOBRE O SALDO DEVEDOR DO PERÍODO ANTERIOR:

$$J_k = iSd_{k-1}$$

C) FAZ-SE PARA CADA PERÍODO (K) A DIFERENÇA ENTRE A PRESTAÇÃO E O JURO, OBTENDO-SE O VALOR DA AMORTIZAÇÃO:

$$A_k = R - J_k$$

D) A DIFERENÇA, EM CADA PERÍODO (K), ENTRE O SALDO DEVEDOR DO PERÍODO ANTERIOR E A AMORTIZAÇÃO DO PERÍODO DÁ OSALDO DEVEDOR DO PERÍODO:

$$Sd_k = Sd_{k-1} - A_k$$

EXEMPLO

SISTEMA FRANCÊS (SF), COM PRAZO DE UTILIZAÇÃO UNITÁRIO E COM PRAZO DE CARÊNCIA

2) QUANDO SE TEM PRAZO DE CARÊNCIA, PODEM OCORRER DUAS HIPÓTESES:

CASO A: DURANTE A CARÊNCIA O MUTUÁRIO PAGA OS JUROS DEVIDOS.

CASO B: DURANTE A CARÊNCIA, OS JUROS SÃO CAPITALIZADOS E INCORPORADOS AO PRINCIPAL, PARA SEREM AMORTIZADAS NAS PRESTAÇÕES.

É POSSÍVEL PENSAR TAMBÉM NOS JUROS COMO SENDO CAPITALIZADOS E PAGOS DE UMA SÓ VEZ JUNTAMENTE COM A PRIMEIRA PRESTAÇÃO, MAS ESTA MODALIDADE RARAMENTE É UTILIZADA NAS APLICAÇÕES PRÁTICAS.

A FIM DE ILUSTRAR OS DOIS CASOS, ADMITAMOS O EXEMPLO DO ITEM ANTERIOR COM 3 ANOS DE CARÊNCIA E AS DEMAIS CONDIÇÕES IGUAIS.

EXEMPLO

CASO A:

O PROCEDIMENTO DURANTE O PERÍODO DE CARÊNCIA É O MESMO JÁ VISTO PARA O SAC, OU SEJA, OS JUROS SÃO CALCULADOS SOBRE O SALDO DEVEDOR.

O CÁLCULO DAS PRESTAÇÕES E A SEPARAÇÃO ENTRE AMORTIZAÇÕES E JUROS SE PROCESSA COMO EXPLICADO NO ITEM ANTERIOR:

Ano (k)	Saldo Devedor (Sd_k)	Amortização (A_k)	Juros ($J_k=iSd_{k-1}$)	Prestação ($R=A_k+J_k$)
0	100.000,00	-	-	-
1	100.000,00	-	10.000,00	10.000,00
2	100.000,00	-	10.000,00	10.000,00
3	83.620,25	16.379,75	10.000,00	26.379,75
4	65.602,53	18.017,72	8.362,03	26.379,75
5	45.783,03	19.819,50	6.560,25	26.379,75
6	23.981,58	21.801,45	4.578,30	26.379,75
7	-	23.981,58	2.398,16	26.379,74
Total	-	100.000,00	51.898,74	151.898,74

EXEMPLO

CASO B:

A ÚNICA DIFERENÇA, PORTANTO, É OBTERMOS UM FLUXO MAIOR DE PRESTAÇÕES. O LEITOR DEVE CALCULAR O VALOR ATUAL DAS PRESTAÇÕES DE 10% a.a., NA DATA FOCAL ZERO E CONSTATAR QUE É IGUAL A R$ 100.000,00.

DEVEMOS, INICIALMENTE, CAPITALIZAR O SALDO DEVEDOR À TAXA DE 10% A.A., DURANTE OS 2 ANOS DE CARÊNCIA, ISTO PORQUE A AMORTIZAÇÃO DEVE COMEÇAR NO FIM DO 3° ANO DE CARÊNCIA.

$$S_1 = 100.000,00(1,10) = 110.000,00$$

$$S_2 = 100.000,00(1,10)^2 = 121.000,00$$

SOBRE ESTE SALDO DEVEDOR, CALCULA-SE O VALOR DA PRESTAÇÃO:

EXEMPLO

$$R = \frac{121.000,00}{a\neg} = \frac{121.000,00}{3,790787} = 31.919,49$$

A PARTIR DA PRESTAÇÃO, O CÁLCULO SEGUE O SISTEMA FRANCÊS COMO JÁ EXPLICADO:

Ano (k)	Saldo Devedor (Sd_k)	Amortização (A_k)	Juros ($J_k=iSd_{k-1}$)	Prestação ($R=A_k+J_k$)
0	100.000,00	-	-	-
1	110.000,00	-	-	-
2	121.000,00	-	-	-
3	101.180,51	19.819,49	12.100,00	31.919,49
4	79.379,07	21.801,44	10.118,05	31.919,49
5	55.397,49	23.981,58	7.937,91	31.919,49
6	29.017,75	26.379,74	5.539,75	31.919,49
7	-	29.017,75	2.901,78	31.919,53
Total	-	121.000,00	38.597,49	159.597,49

EXEMPLO

SISTEMA FRANCÊS (SF), QUANDO O PERÍODO A QUE SE REFERE A TAXA DE JUROS NÃO COINCIDE COM O PERÍODO A QUE SE REFERE A AMORTIZAÇÃO

3) FOI EMPRESTADA A IMPORTÂNCIA DE R$ 100.000,00 PARA UMA EMPRESA A QUAL DEVE FAZER A AMORTIZAÇÃO EM 4 PARCELAS SEMESTRAIS PELO SF, SEM CARÊNCIA. SABENDO-SE QUE A TAXA DE JUROS COBRADA É DE 12% a.a. E QUE SE VAI TRABALHAR COM A TAXA EFETIVA, CONSTRUIR A PLANILHA.

RESOLUÇÃO: A TAXA DE JUROS EFETIVA É:

$$i'' = \sqrt{1,12} - 1 \cong 0,0583$$

$$i'' = 5,83\% a.s.$$

ou, portanto, com r = 4:

EXEMPLO

LOGO:

$$a_{\overline{4}|5,83} \cong 3{,}478647$$

$$R = \frac{100.000{,}00}{3{,}478647} \cong 28.746{,}89$$

Ano (k)	Saldo Devedor (Sd_k)	Amortização (A_k)	Juros ($J_k = iSd_{k-1}$)	Prestação ($R = A_k + J_k$)
0	100.000,00	-	-	-
1	77.083,11	22.916,89	5.830,00	28.746,89
2	52.830,17	24.252,94	4.493,95	28.746,89
3	27.163,28	25.666,89	3.080,00	28.746,89
4	-	27.163,28	1.583,61	28.746,89
Total	-	100.000,00	14.987,56	114.987,56

EXEMPLO

SISTEMA PRICE

4) UM BANCO EMPRESTOU R$ 100.000,00, ENTREGUES NO ATO, SEMPRAZO DE CARÊNCIA. SABENDO-SE QUE A TAXA DE JUROS COBRADA PELO BANCO É DE 12% A.A., TABELA PRICE, E QUE A DEVOLUÇÃO DEVE SER FEITA EM 8 MESES, CONSTRUIR A PLANILHA.

RESOLUÇÃO: SE O SISTEMA ADOTADO É "TABELA PRICE" E SENDO DE 12% a.a. A TAXA, TEMOS QUE A TAXA PROPORCIONAL MENSAL É:

$$i_{12} = \frac{0,12}{12} = 0,01 a.m. = 1\% a.m.$$

COMO SÃO 8 PRESTAÇÕES, CALCULAMOS:

EXEMPLO

PORTANTO:

$$a_{\overline{8}|1} \cong 7{,}651678$$

$$R = \frac{100.000{,}00}{7{,}651678} \cong 13.069{,}03$$

Ano (k)	Saldo Devedor (Sd_k)	Amortização (A_k)	Juros ($J_k = iSd_{k-1}$)	Prestação ($R = A_k + J_k$)
0	100.000,00	-	-	-
1	87.930,97	12.069,03	1.000,00	13.069,03
2	75.741,25	12.189,72	879,31	13.069,03
3	63.429,63	12.311,62	757,41	13.069,03
4	50.994,90	12.434,73	634,30	13.069,03
5	38.435,82	12.559,08	509,95	13.069,03
6	25.751,15	12.684,67	384,36	13.069,03
7	12.939,63	12.811,52	257,51	13.069,03
8	-	12.939,63	129,40	13.069,03
Total	-	100.000,00	4.552,24	104.552,24

EXEMPLO

O LEITOR DEVE OBSERVAR QUE, COMO FOI FEITA A TAXA PROPORCIONAL SIMPLES, A TAXA DE JUROS COMPOSTA EQUIVALENTE ANUAL É MAIOR.

NESTE CASO, TEM-SE:

$$1 + i' = (1{,}01)^{12} \cong 1{,}126825$$

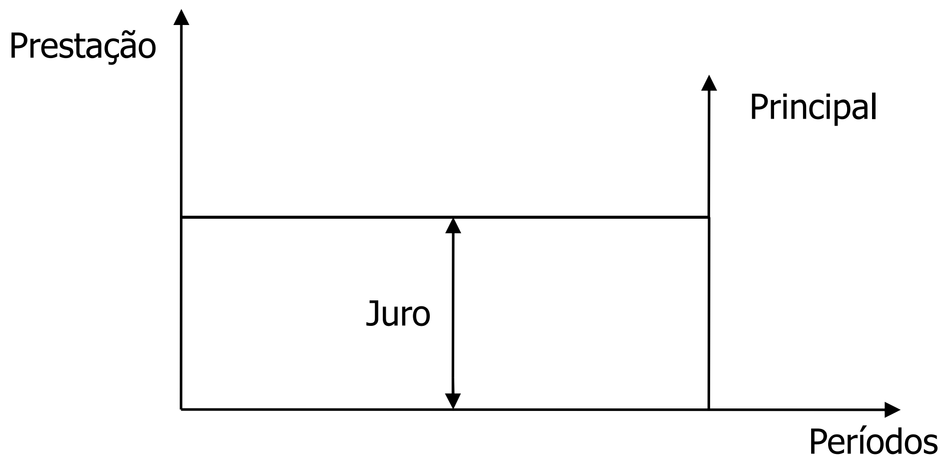
A TAXA EFETIVA QUE ESTÁ SENDO COBRADA PELO BANCO É DE 12,68% a.a., OU SEJA, É UM POUCO MAIOR QUE A TAXA NOMINAL DE 12% a.a. QUE O BANCO DIZ COBRAR.

CLASSIFICAÇÃO DAS MODALIDADES DE AMORTIZAÇÃO

SISTEMA AMERICANO

- APÓS UM CERTO PRAZO, O DEVEDOR PAGA O EMPRÉSTIMO EM UMA ÚNICA PARCELA.
- EM GERAL, OS JUROS SÃO PAGOS DURANTE A CARÊNCIA.
- FUNDO DE AMORTIZAÇÃO (“SINKING FUND”) É UMA APLICAÇÃO QUE IGUALA O PAGAMENTO.

REPRESENTAÇÃO:



EXEMPLO

SISTEMA AMERICANO (SA), COM DEVOLUÇÃO DOS JUROS DURANTE A CARÊNCIA

1) UM BANCO EMPRESTA R$ 100.000,00 A UMA EMPRESA, A UMA TAXA DE JUROS DE 6% a.s. COM PRAZO DE UTILIZAÇÃO UNITÁRIO, PARA SER DEVOLVIDO APÓS UMA CARÊNCIA DE 2 ANOS. SABENDO-SE QUE OS JUROS SERÃO COBRADOS SEMESTRALMENTE, CALCULAR A PLANILHA PELO SISTEMA AMERICANO.

RESOLUÇÃO: COMO JÁ É DADA A TAXA EM TERMOS SEMESTRAIS, TEMOS:

EXEMPLO

Ano (k)	Saldo Devedor (Sd_k)	Amortização (A_k)	Juros (J_k)	Prestação (A_k+J_k)
0	100.000,00	-	-	-
1	100.000,00	-	6.000,00	6.000,00
2	100.000,00	-	6.000,00	6.000,00
3	100.000,00	-	6.000,00	6.000,00
4	-	100.000,00	6.000,00	106.000,00
Total	-	100.000,00	24.000,00	124.000,00

EXEMPLO

SISTEMA AMERICANO (SA), COM A CAPITALIZAÇÃO DOS JUROS

2) SEJA O MESMO EXEMPLO DO ITEM ANTERIOR, EM QUE SE ADMITE A CAPITALIZAÇÃO DOS JUROS DURANTE A CARÊNCIA.

Resolução:

Ano (k)	Saldo Devedor (Sd_k)	Amortização (A_k)	Juros (J_k)	Prestação (A_k+J_k)
0	100.000,00	-	-	-
1	106.000,00	-	-	-
2	112.360,00	-	-	-
3	119.101,60	-	-	-
4	-	100.000,00	26.247,70	126.247,70
Total	-	100.000,00	26.247,70	126.247,70

EXEMPLO

SINKING FUND

UM BANCO EMPRESTA R$ 100.000,00 A UMA EMPRESA, COBRANDO A TAXA DE JUROS DE 12% a.a. SABENDO QUE O PRAZO DE UTILIZAÇÃO É UNITÁRIO, QUE NÃO HÁ CARÊNCIA, QUE OS JUROS SERÃO COBRADOS EM BASE ANUAL E QUE O MÉTODO UTILIZADO PELO BANCO É O SISTEMA AMERICANO COM UM PRAZO TOTAL DE 4 ANOS, PEDE-SE:

A) CONSTRUIR A PLANILHA DO EMPRÉSTIMO.

B) ADMITINDO-SE UMA TAXA DE APLICAÇÃO DE 10% a.a., CONSTRUIRA PLANILHA DO FUNDO DE AMORTIZAÇÃO.

EXEMPLO

RESOLUÇÃO:

A) PLANILHA PELO SISTEMA AMERICANO

Ano (k)	Saldo Devedor (Sd_k)	Amortização (A_k)	Juros (J_k)	Prestação (A_k+J_k)
0	100.000,00	-	-	-
1	100.000,00	-	12.000,00	12.000,00
2	100.000,00	-	12.000,00	12.000,00
3	100.000,00	-	12.000,00	12.000,00
4	-	100.000,00	12.000,00	112.000,00
Total	-	100.000,00	48.000,00	148.000,00

EXEMPLO

b) PLANILHA DO FUNDO DE AMORTIZAÇÃO

SENDO: $P = 100.000,00$

$i_a = 10\%$ a.a.

$n = 4$ anos

Tem-se: $S_{\overline{4|}10} = 4,641$

PORTANTO, O DEPÓSITO ANUAL DEVE SER:

$$R = \frac{P}{S_{\overline{4|}10}}$$

$$R = \frac{100.000,00}{4,641} \cong 21.547,08$$

EXEMPLO

Ano (k)	Saldo Credor (Sc_k)	Depósito (A_k)	Juros (J_k)
0	-	-	-
1	21.547,08	21.547,08	-
2	45.248,87	21.547,08	2.154,71
3	71.320,84	21.547,08	4.524,89
4	100.000,00	21.547,08	7.132,08
Total	-	86.188,32	13.811,68

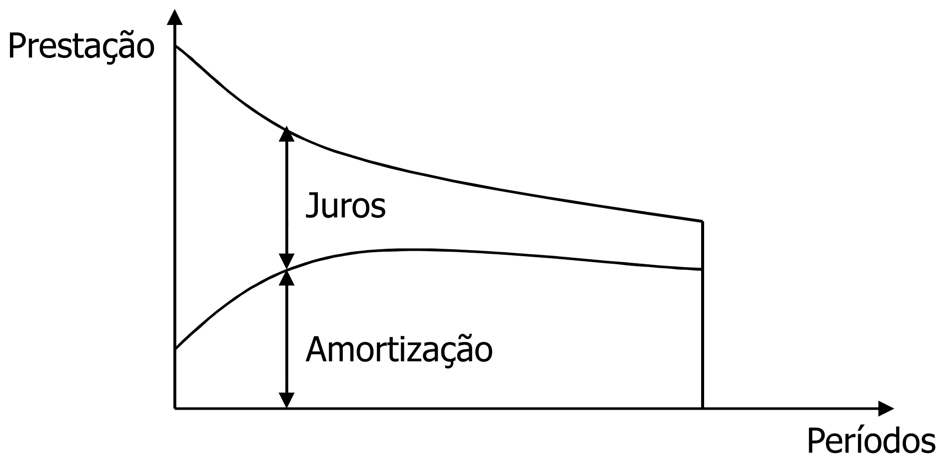
Nota: O leitor deve observar que quando se calculou o depósito (R_k) estava-se encontrando um valor que, capitalizado, será igual ao principal. Daí a necessidade do cálculo de juros sobre o saldo credor.

CLASSIFICAÇÃO DAS MODALIDADES DE AMORTIZAÇÃO

SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO VARIÁVEIS

- AS PARCELAS DE AMORTIZAÇÃO SÃO CONTRATADAS ENTRE AS PARTES.
- OS JUROS SÃO CALCULADOS SOBRE O SALDO DEVEDOR.

REPRESENTAÇÃO:



EXEMPLO

UMA EMPRESA PEDE EMPRESTADO R$ 100.000,00, QUE SERÃO AMORTIZADOS ANUALMENTE DO SEGUINTE MODO:

- 1° ANO: 10.000,00
- 2° ANO: 20.000,00
- 3° ANO: 30.000,00
- 4° ANO: 40.000,00

SABENDO-SE QUE O BANCO CONCEDEU 3 ANOS DE CARÊNCIA PARA O INÍCIO DAS AMORTIZAÇÕES, QUE A TAXA DE JUROS É DE 10% a.a. E QUE OS JUROS DEVIDOS SERÃO PAGOS ANUALMENTE, CONSTRUIR A PLANILHA.

RESOLUÇÃO: A PLANILHA É CONSTITUÍDA COLOCANDO-SE INICIALMENTE AS AMORTIZAÇÕES. A SEGUIR, SÃO CALCULADOS OS JUROS SOBRE O SALDO DEVEDOR DO PERÍODO ANTERIOR E CALCULADA A PRESTAÇÃO:

EXEMPLO

Ano (k)	Saldo Devedor (Sd_k)	Amortização (A_k)	Juros (J_k)	Prestação (R_k)
0	100.000,00	-	-	-
1	100.000,00	-	10.000,00	10.000,00
2	100.000,00	-	10.000,00	10.000,00
3	90.000,00	10.000,00	10.000,00	20.000,00
4	70.000,00	20.000,00	9.000,00	29.000,00
5	40.000,00	30.000,00	7.000,00	37.000,00
6	-	40.000,00	4.000,00	44.000,00
Total	-	100.000,00	50.000,00	150.000,00

NOTA: DEIXAMOS DE ANALISAR O CHAMADO SISTEMA ALEMÃO (OU DE JUROS ANTECIPADOS) POR TER UTILIDADE PRÁTICA REDUZIDA. O LEITOR PODE ENCONTRAR TAL MÉTODO NA BIBLIOGRAFIA CITADA.

CUSTO EFETIVO DE UM EMPRÉSTIMO

UMA OPERAÇÃO FINANCEIRA ENVOLVE IMPOSTOS (IOF), TAXAS ADMINISTRATIVAS E OUTROS ENCARGOS.

PARA CALCULAR O **CUSTO REAL** OU **CUSTO EFETIVO** DE UM EMPRÉSTIMO, DEVE-SE UTILIZAR O CONCEITO DE **TAXA DE RETORNO**.

EXEMPLO

UMA EMPRESA OBTÉM UM EMPRÉSTIMO DE R$ 100.000,00, NAS SEGUINTES CONDIÇÕES:

- TAXA DE JUROS: 10% a.a. OU 5% a.s.;
- PRAZO DE UTILIZAÇÃO UNITÁRIO;
- PRAZO DE CARÊNCIA: 2 SEMESTRES;
- IOF: 1% SOBRE O TOTAL DE AMORTIZAÇÕES E ENCARGOS, COBRADO NO ATO;
- AVAL: 2% SOBRE O SALDO DEVEDOR AO FIM DE CADA ANO;
- SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO CONSTANTE, EM PARCELAS SEMESTRAIS.

PEDE-SE PARA CONSTRUIR A PLANILHA E CALCULAR A TAXA DE JUROS REAL DO EMPRÉSTIMO.

RESOLUÇÃO: NAS CONDIÇÕES ENUNCIADAS A PRESTAÇÃO DEVE LEVAR EM CONTA A DESPESA DE IOF MAIS A DE AVAL.

EXEMPLO

Semestres (k)	Saldo Devedor (Sd_k)	IOF (1)	Aval (2)	Amortizações (3) (A_k)	Juros (4) (J_k)	Prestação (1)+(2)+(3)+(4)
0	100.000,00	1.195,00	-	-	-	1.195,00
1	100.000,00	-	-	-	5.000,00	5.000,00
2	75.000,00	-	1.500,00	25.000,00	5.000,00	31.500,00
3	50.000,00	-	-	25.000,00	3.750,00	28.750,00
4	25.000,00	-	500,00	25.000,00	2.500,00	28.000,00
5	-	-	-	25.000,00	1.250,00	26.250,00
Total	-	1.195,00	2.000,00	100.000,00	17.500,00	120.695,00

O VALOR DO IOF FOI OBTIDO CALCULANDO-SE 1% SOBRE O TOTAL DO AVAL, AMORTIZAÇÃO E JUROS.

PARA CALCULAR A TAXA DE RETORNO, CONSIDEREMOS O FLUXO DE CAIXA SOBRE O PONTO DE VISTA DO BANCO QUE FEZ O EMPRÉSTIMO:

EXEMPLO

Semestres	Aplicação (1)	Recebimentos (2)	Fluxo de caixa (2)-(1)
0	100.000,00	1.195,00	-98.805,00
1	-	5.000,00	5.000,00
2	-	31.500,00	31.500,00
3	-	28.750,00	28.750,00
4	-	28.000,00	28.000,00
5	-	26.250,00	26.250,00

PARA CALCULAR A TAXA DE RETORNO DEVEMOS DETERMINAR A TAXA i”, TAL QUE:

$$V(i'') = \frac{-98.805}{(1+i'')^0} + \frac{5.000}{(1+i'')^1} + \frac{31.500}{(1+i'')^2} + \frac{28.750}{(1+i'')^3} + \frac{28.000}{(1+i'')^4} + \frac{26.250}{(1+i'')^5} = 0$$

EXEMPLO

ONDE V(i”) É O VALOR ATUAL DO FLUXO À TAXA i”.
VAMOS DETERMINAR i” POR TENTATIVA DE ERRO:

A) **1ª INTERAÇÃO:** COMEÇAMOS COM A TAXA DE 5% AO SEMESTRE, POIS É A TAXA DE JUROS COBRADA:

$$i_1 = 5\% \text{ A.S.} \Rightarrow V(i_1) = 2.966{,}90$$

COMO O VALOR AINDA É POSITIVO, USAMOS UMA TAXA DE JUROS UM POUCO MAIOR (7% A.S.):

$$i_2 = 7\% \text{ A.S.} \Rightarrow V(i_2) = -3.073{,}27$$

SENDO $V(I_2)<0$, FAZEMOS A INTERPOLAÇÃO LINEAR E ASSIM:

EXEMPLO

$$\frac{i'-5}{7-5} = \frac{0-2.966,90}{-3.073,27-2966,90}$$

$$i' = 5 + 2x0,4912$$

$$i' \cong 5,98\% a.s.$$

CALCULANDO-SE O VALOR ATUAL DO FLUXO COM ESTA TAXA, OBTEMOS:

i' = 5,98% A.S. => V(i') = -59,52

OU SEJA, O VALOR ATUAL AINDA NÃO É NULO.

EXEMPLO

B) **2ª INTERAÇÃO:** PARTINDO DO RESULTADO INFERIOR, FAZEMOS A SEGUNDA ITERAÇÃO:

$$\frac{i''-5}{5,98-5} = \frac{0-2.966,90}{-59,52-2966,90}$$

$$i'' = 5 + 0,98x0,9803$$

$$i'' \cong 5,961$$

COMO VERIFICAÇÃO, CALCULAMOS O VALOR ATUAL A ESTA TAXA:

i" = 5,961 => V(i") = -2,1 => 0

PORTANTO, CONCLUÍMOS QUE O CUSTO DO EMPRÉSTIMO É DE 5,96% a.s. '

DEPRECIAÇÃO