Capítulo 4

CONCEITOS FINANCEIROS BÁSICOS

4.1 Juros simples

4.2 Juros compostos

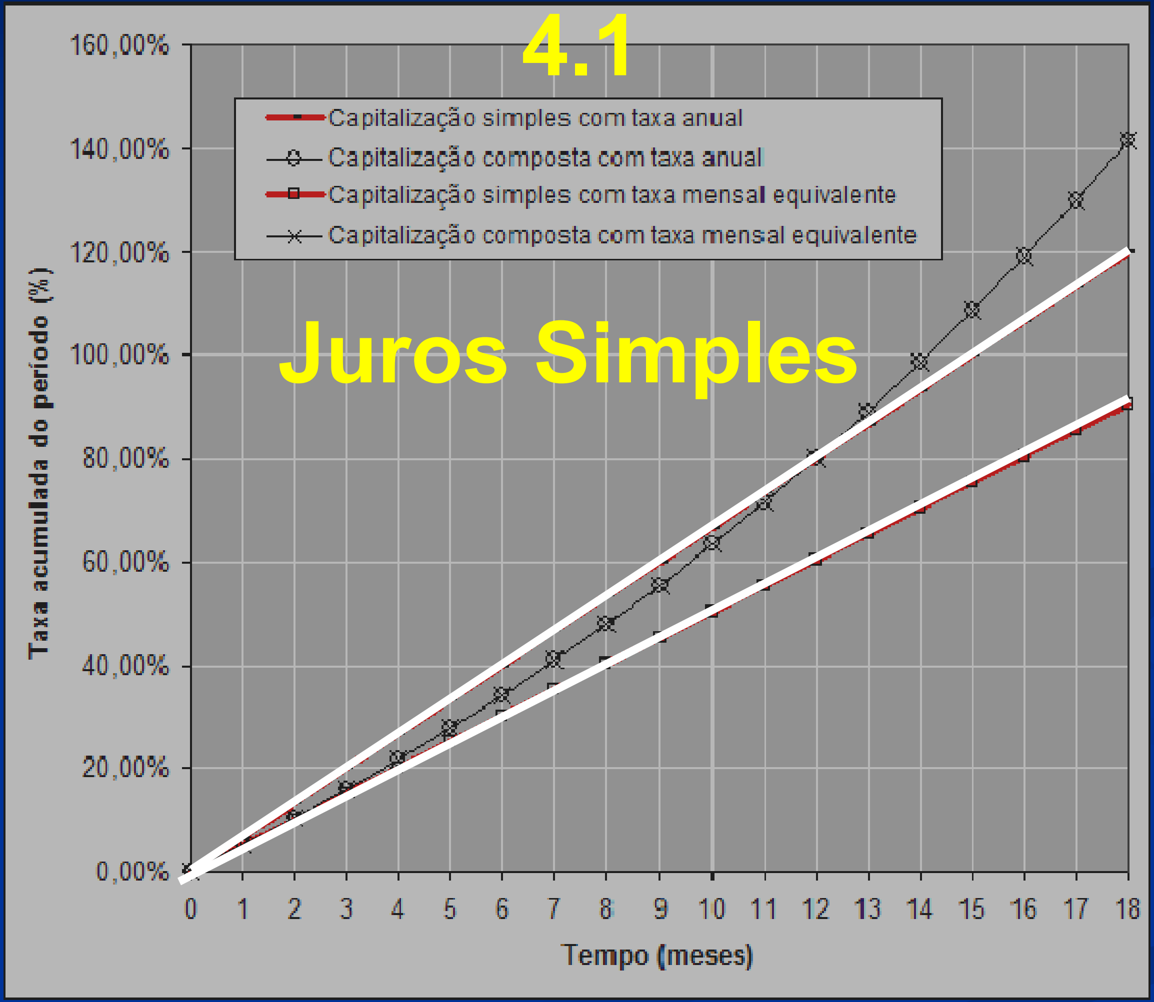
4.3 Valor do dinheiro no tempo

4.4 Equivalência de capitais

Administração Financeira: uma abordagem prática (HOJI)

4.1

Juros Simples



Equações dos juros simples

No regime de juros simples, o juro é calculado sobre o capital inicial , proporcionalmente ao número de capitalização.

$$\boxed{J = C \cdot i \cdot n} \qquad \text{(equação 4.1)}$$

onde:

J = juros;
C = capital inicial (ou principal);
i = taxa de juros;
n = número de capitalização durante o prazo da operação financeira.

Exemplo de cálculo.

Calcular o juro produzido por um capital de $ 100.000, aplicado durante 6 meses, à taxa de juros simples de 2% a.m.

$$J = C \times i \times n$$

$$J = \$\ 100.000 \times 0{,}02 \times 6 = \$\ 12.000{,}00$$

A soma de Capital (C) e Juros (J) chama-se Montante (M), e pode ser calculado de duas formas (equação 4.2 ou 4.3).

$$\boxed{M = C + J} \qquad \text{(equação 4.2)}$$

$$\boxed{M = C\,(1 + i \cdot n)} \qquad \text{(equação 4.3)}$$

Exemplo de cálculo.

Calcular o montante de um capital de \$ 100.000, aplicado durante 6 meses, à taxa de juros simples de 2% a.m.

Forma de cálculo 1:

$M = C + J$

$M = \$\ 100.000 + \$\ 12.000 = \$\ 112.000$

Forma de cálculo 2:

$M = C \times (1 + i \times n)$

$M = \$\ 100.000 \times (1 + 0{,}02 \times 6)$

$M = \$\ 112.000$

Taxas proporcionais

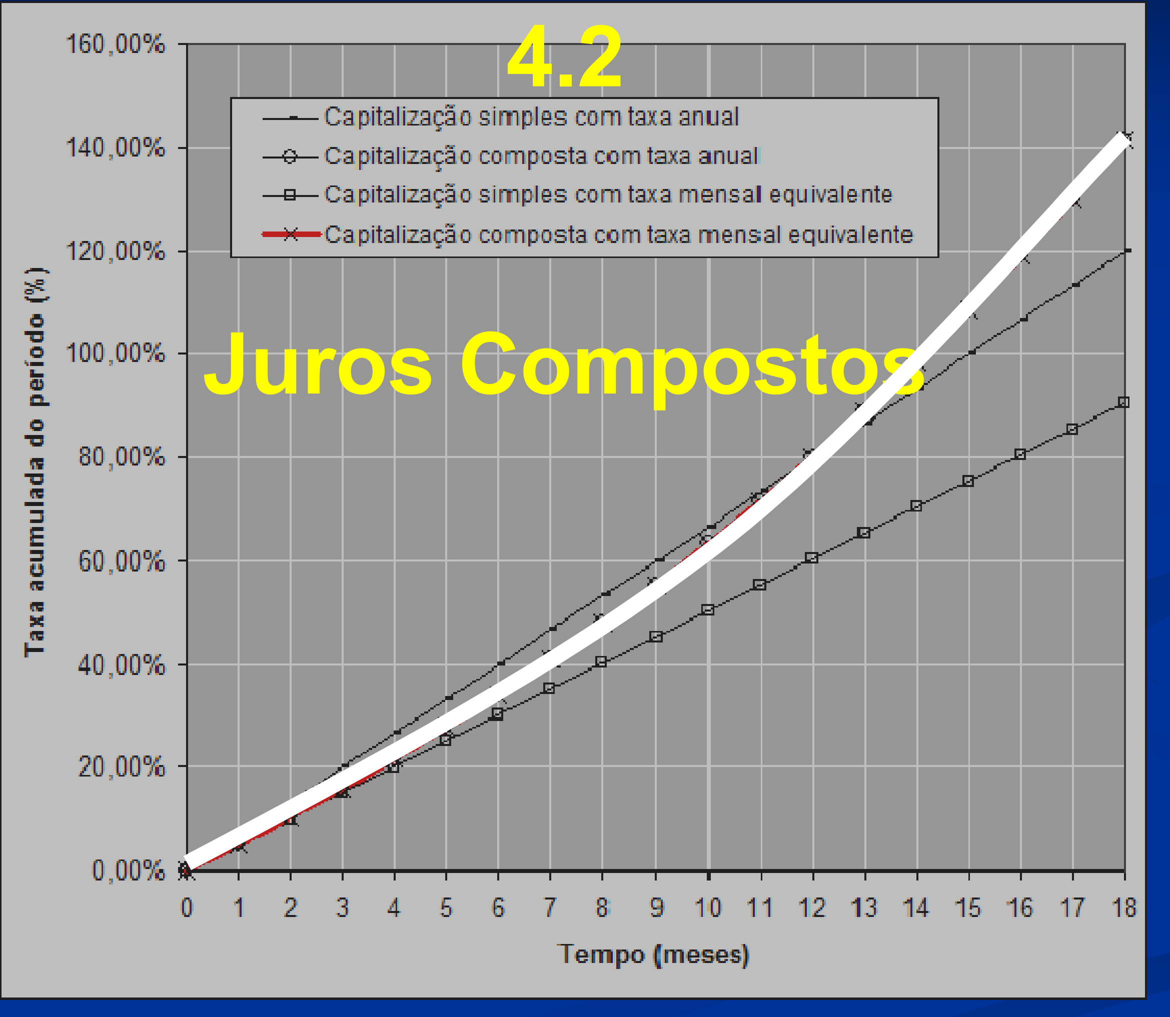
Taxas proporcionais são típicas do sistema de capitalização linear (juros simples).

EXEMPLO. 1% a.m. é proporcional a 3% a.t., que é proporcional a 6% a.s., que é proporcional a 12% a.a.

n \ %	1% a.m. (ao mês)	3% a.t. (ao trimestre)	6% a.s. (ao semestre)	12% a.a. (ao ano)
Mês	1% a.m. x 1 n = **1% a.m.**	3% a.t. / 3 n = **1% a.m.**	6% a.s. / 6 n = **1% a.m.**	12% a.a. / 12 n = **1% a.m.**
Trimestre	1% a.m. x 3 n = **3% a.t.**	3% a.t. x 1 n = **3% a.t.**	6% a.s. / 2 n = **3% a.t.**	12% a.a. / 4n = **3% a.t.**
Semestre	1% a.m. x 6 n = **6% a.s.**	3% a.t. x 2 n = **6% a.s.**	6% a.s. x 1 n = **6% a.s.**	12% a.a. / 2 n = **6% a.s.**
Ano	1% a.m. x 12 n = **12% a.a.**	3% a.t. x 4 n = **12% a.a.**	6% a.s. x 2 n = **12% a.a.**	12% a.a. x 1 n = **12% a.a.**

4.2

Juros Compostos



Juros compostos

No regime de *juros compostos*, os juros produzidos em um período de capitalização e não pagos são integrados ao capital no início do período seguinte, para produzirem novos juros, ou seja, os juros incidem sobre o capital inicial e sobre os próprios juros.

Equações dos juros compostos

No regime de *juros compostos*, é indiferente que os juros sejam pagos a cada período de capitalização ou no final do prazo da operação financeira.

Equação básica dos juros compostos

$$\boxed{J = C\,[(1 + i)^{n} - 1]}$$

(equação 4.4)

Equações deduzidas da equação básica do Montante

$$M = C\,(1 + i)^n \qquad \text{(equação 4.5)}$$

$$C = \frac{M}{(1 + i)^n}$$

$$n = \frac{\log(M / C)}{\log(1 + i)}$$

$$i = [(M / C)^{1/n}] - 1$$

Exemplo de cálculo.

Calcular o montante de um capital de $ 100.000 aplicado durante 6 meses, à taxa de juros compostos de 2% a.m.

Forma de cálculo:

$$M = C\,(1 + i)^n$$

$$M = 100.000 \times (1 + 0{,}02)^6$$

$$M = 100.000 \times 1{,}1261624$$

$$M = \$\ 112.616{,}24$$

Taxa nominal e taxa efetiva

Taxa nominal é a taxa de juro contratada.

Taxa efetiva é a taxa de juro do período de capitalização, que efetivamente será paga ou recebida.

Quadro 4.1 *Alternativas de aplicação financeira.*

Mês	0	1	2	TOTAL RECEBIDO
ALTERNATIVA 1 Resgate em parcela única com capitalização de juros	Aplicação: (100)	Recebimento de juros: 10 Reaplicação: (10) Total: 0	Resgate: 100 Recebimento de juros: 21 Total: 121	0 121
ALTERNATIVA 2 Resgate em parcela única com recebimento de juros mensais	Aplicação: (100)	Recebimento de juros: 10 Total: 10	Resgate: 100 Recebimento de juros: 10 Total: 110	10 110 1 121
ALTERNATIVA 3 Resgate intermediário com recebimento de juros mensais	Aplicação: (100)	Resgate: 50 Recebimento de juros: 10 Total: 60	Resgate: 50 Recebimento de juros: 5 Total: 55	60 55 6 121

Juro sobre aplicação do valor recebido no Mês 1

Taxas equivalentes

Taxas equivalentes produzem taxas idênticas no mesmo período, mesmo que estejam expressas em unidades de tempo diferentes.

Taxas equivalentes podem ser calculadas com a equação 4.9 ou 4.10.

$$i_q = \sqrt[q]{1 + i} - 1 \qquad \text{(equação 4.9)}$$

$$i_q = (1 + i)^{1/q} - 1 \qquad \text{(equação 4.10)}$$

onde:

i_q = taxa de juros equivalente a uma fração de determinado intervalo de tempo;

q = número de frações do intervalo de tempo considerado.

EXEMPLOS.

Taxa mensal equivalente à taxa nominal de 12% a.a.

$q = 12$ meses

$i_q = (1 + 0{,}12)^{1/12} - 1 = 0{,}948879\%$ a.m.

Taxa mensal equivalente à taxa nominal de 5,830052% a.s.

$q = 6$ meses

$i_q = (1 + 0{,}05830052)^{1/6} - 1 = 0{,}948879\%$ a.m.

Taxa mensal equivalente à taxa nominal de 0,948879% a.m.

$q = 1$ mês

$i_q = (1 + 0{,}00948879)^{1/1} - 1 = 0{,}948879\%$ a.m.

Períodos não inteiros

Se *i = taxa de juro nominal* de um período inteiro, *n = número de períodos inteiros* em que é expressa a taxa de juros, e *p/q = fração de um período*, a ***taxa de juros efetiva do prazo da operação (i_e)*** pode ser calculada mediante a seguinte fórmula:

$$i_e = (1 + i)^{n + p/q} - 1 \quad \text{(equação 4.11)}$$

Comparação de capitalização simples com capitalização composta

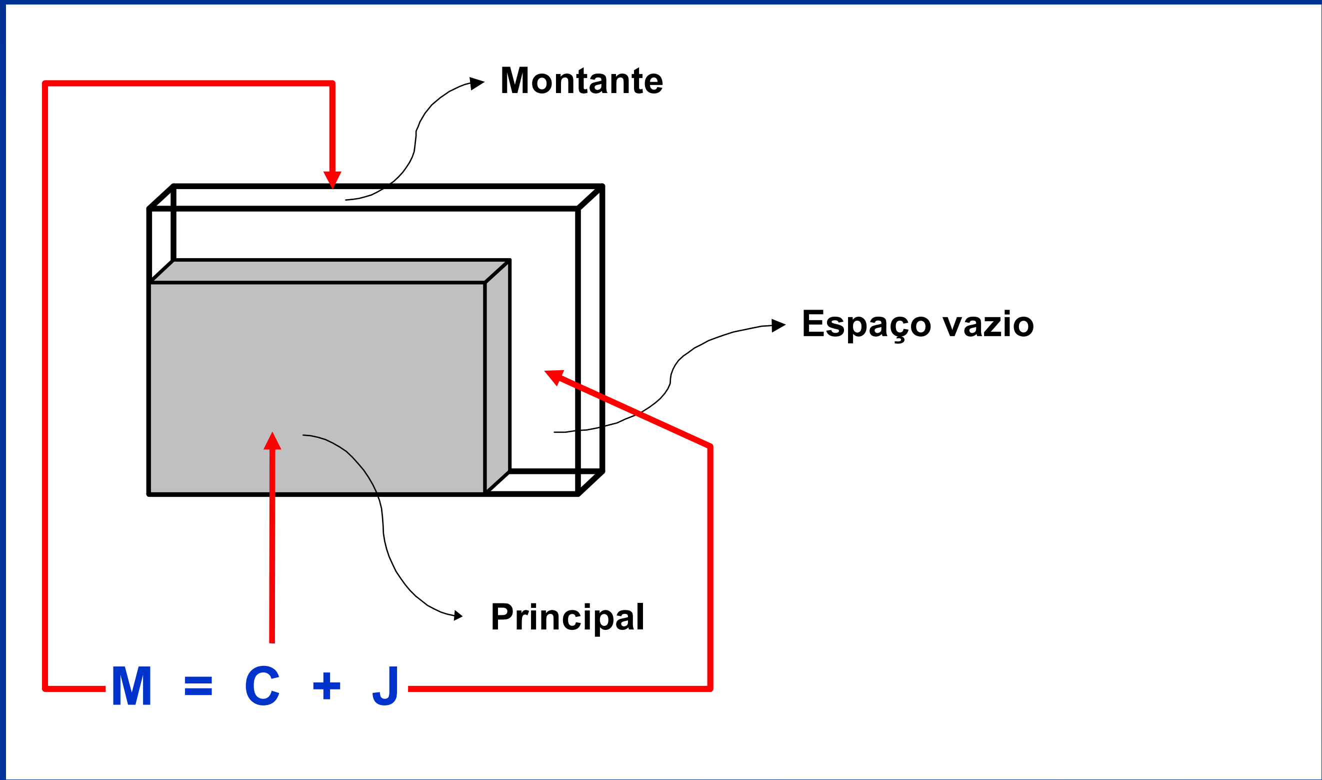
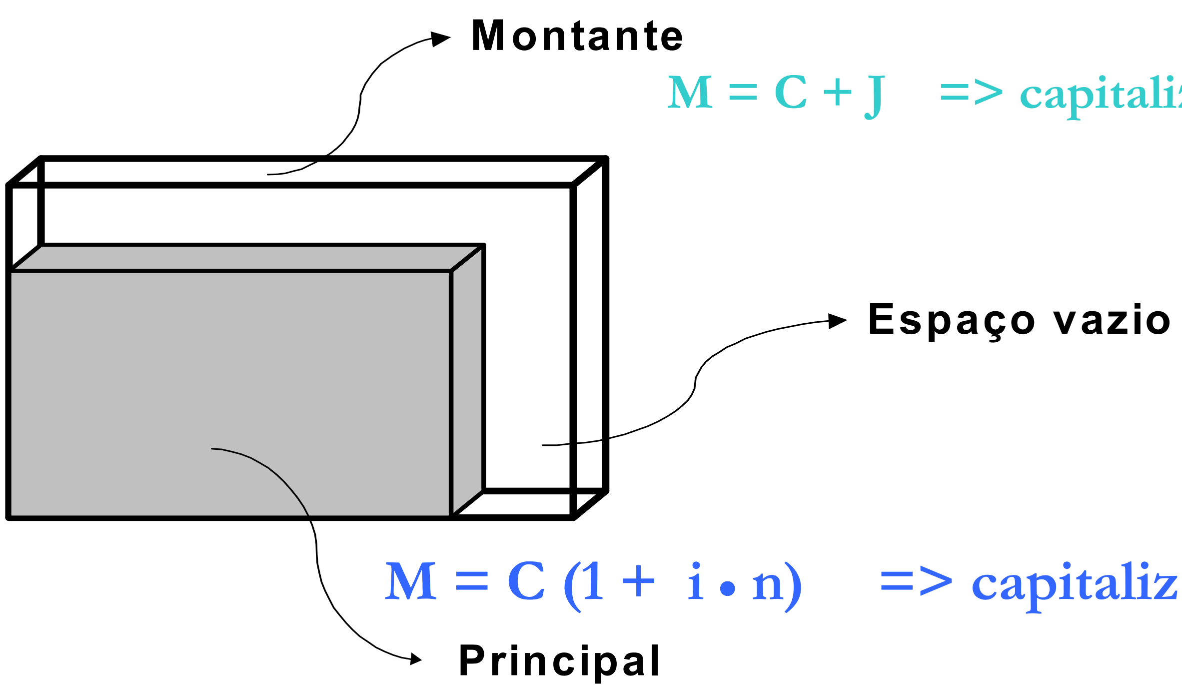


Figura 4.1 Principal e montante.

$M = C + J$

A diferença entre a capitalização simples e a capitalização composta está na "velocidade" com que o espaço vazio da caixa é preenchido.



$M = C + J$ => capitalização simples e composta

$M = C\,(1 + i \bullet n)$ => capitalização simples

$M = C\,(1 + i)^n$ => capitalização composta

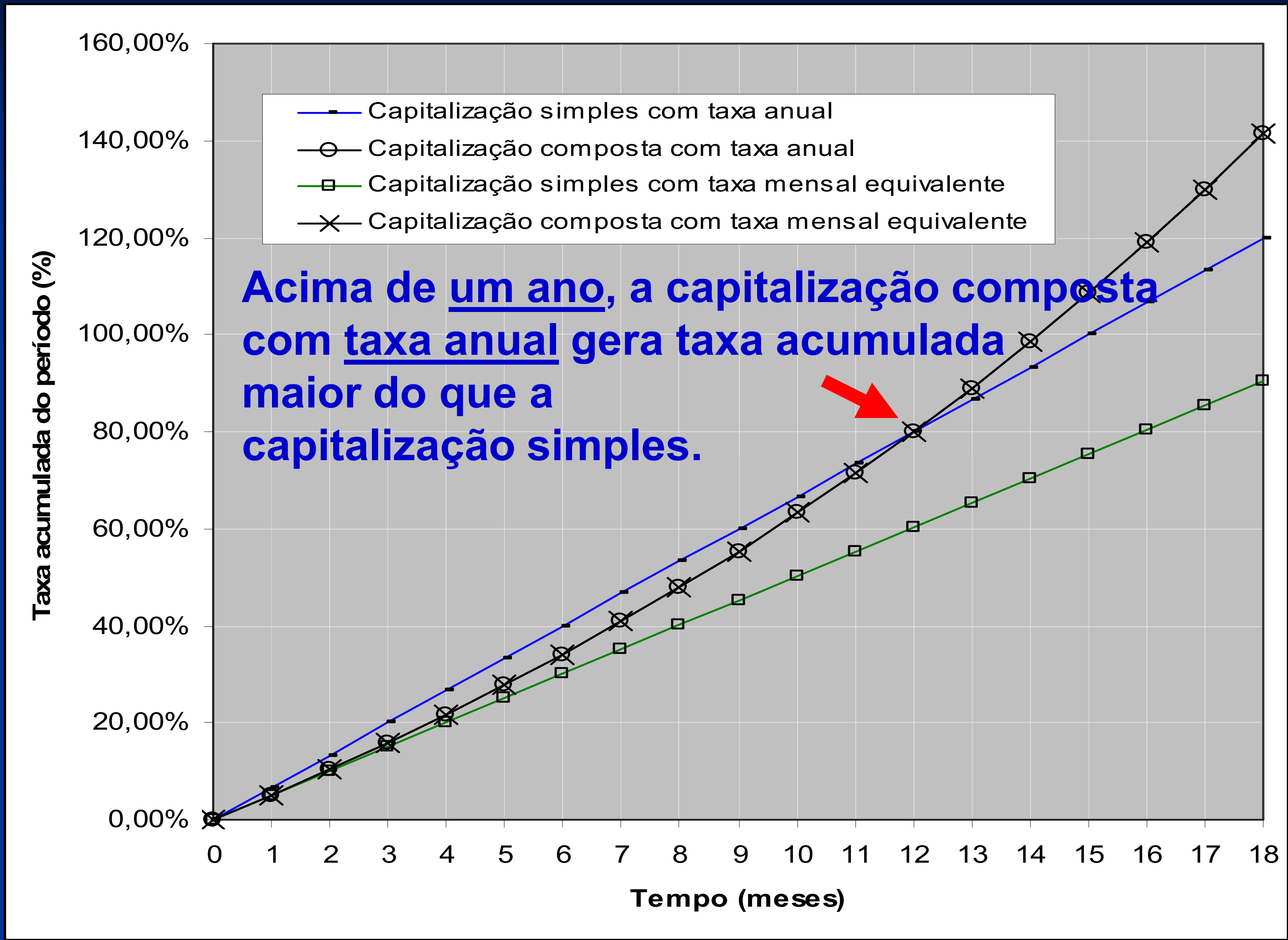


Figura 4.2 Taxas acumuladas pelos diferentes regimes de capitalização

Revisão de propriedades de potenciação e radiciação

a) $1{,}10^{3} = 1{,}10 \times 1{,}10 \times 1{,}10 = 1{,}331$

b) $1{,}10^{-3} = \dfrac{1}{1{,}10^{3}}$

c) $1{,}10^{6} = 1{,}10^{3} \times 1{,}10^{3} = 1{,}10^{4} \times 1{,}10^{2}$

d) $$\frac{1{,}10^{6}}{1{,}10^{3}} = 1{,}10^{6-3} = 1{,}10^{3}$$

e) $$1{,}10^{2} \times 1{,}10^{3} = 1{,}10^{2+3} = 1{,}10^{5}$$

f) $$\sqrt[3]{8} = 8^{1/3}$$

Utilização de calculadoras financeiras

VP ou PV = valor presente (capital);

VF ou FV = valor futuro (montante);

N = número de capitalização da taxa i;

I = taxa de juros;

PMT = prestações em valor uniforme.

4.3

Valor do dinheiro no tempo

Valor do dinheiro no tempo

$$J = VF - VP \qquad \text{(equação 4.12)}$$

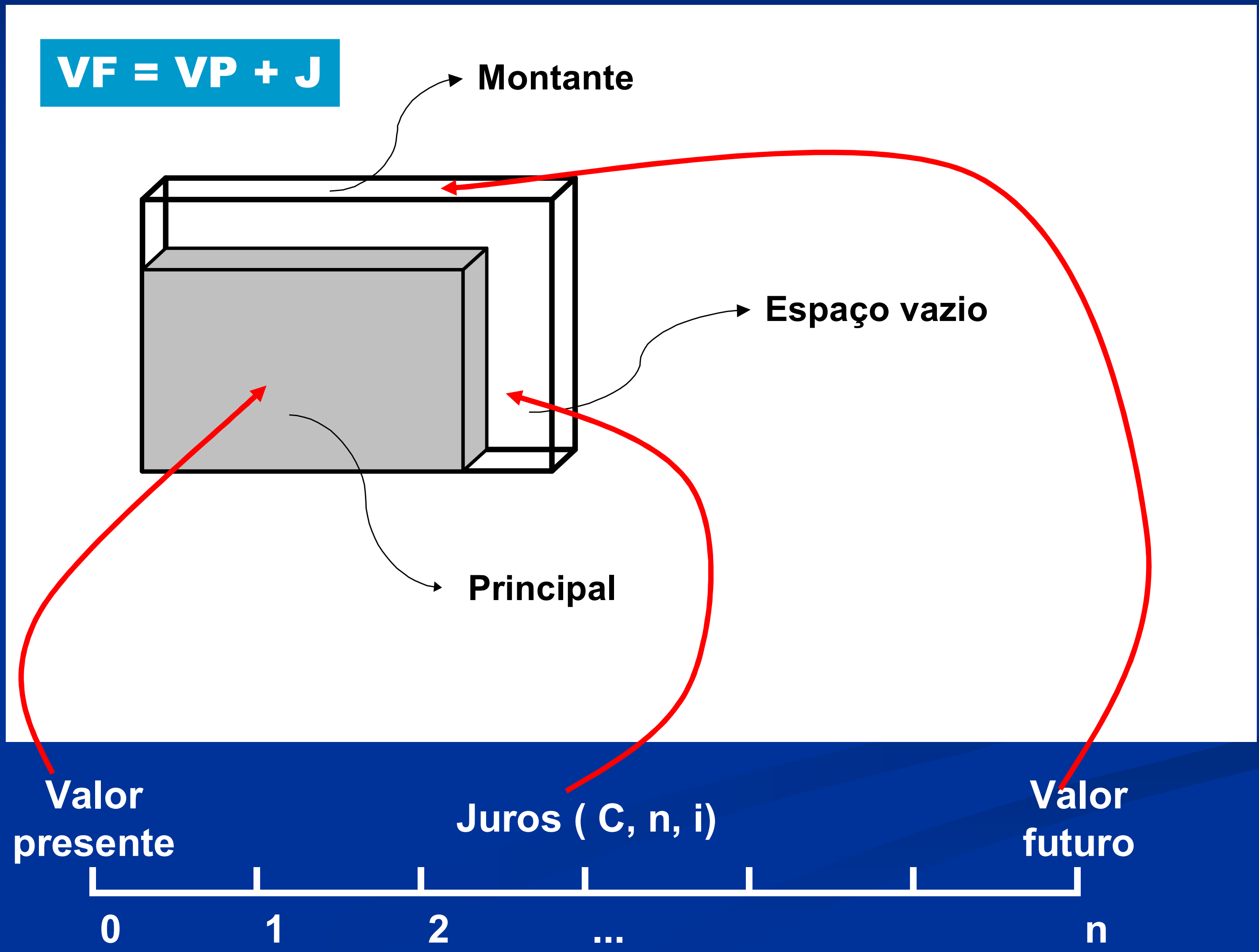
$$\text{Fator de Juros} = VF \,/\, VP \qquad \text{(equação 4.13)}$$

$$VF = VP \times \text{Fator de juros} \qquad \text{(equação 4.14)}$$

$$VF = VP\,(1 + i)^{n} \qquad \text{(equação 4.15)}$$

$$VP = VF \,/\, (1 + i)^{n} \qquad \text{Equação 4.16}$$

Valor presente
Valor futuro



Fluxo de caixa

Fluxo de caixa é um esquema que representa as entradas e saídas de caixa ao longo do tempo. Deve existir pelo menos uma saída e pelo menos uma entrada.

Fluxo de caixa convencional:

a) uma entrada e várias saídas, ou

b) uma saída e várias entradas.

Fluxo de caixa não convencional:

várias entrada e várias saídas.

Exemplo de representação de fluxo de caixa (1/2)

REPRESENTAÇÃO ANALÍTICA DO FLUXO DE CAIXA

Meses	(1) Em Colunas Separadas		(2) Em Coluna Única
	Entradas	Saídas	Entradas / Saídas
0		11.000	– 11.000
1			
2	4.000		+ 4.000
3	5.000	1.000	+ 4.000
4			
5		2.144	– 2.144
6	6.000		+ 6.000

Exemplo de representação de fluxo de caixa (2/2)

REPRESENTAÇÃO GRÁFICA (DIAGRAMA DE FLUXO DE CAIXA)

Entradas		0	4.000	4.000	0		6.000
Eixo do tempo		↑	↑	↑	↑		↑
	↓0	1	2	3	4	↓5	6
Saídas	11.000					2.144	

Por convenção, a flecha no sentido "para baixo" representa uma saída de caixa, e no sentido "para cima" representa uma entrada de caixa.

Taxa interna de retorno

Taxa interna de retorno (TIR) é uma taxa de juros implícita numa série de pagamentos (saídas de caixa) e recebimentos (entradas de caixa). É conhecida também como taxa de desconto do fluxo de caixa.

Ao descontar os valores correntes aplicando a TIR, a soma das saídas deve ser <u>igual</u> à soma das entradas, <u>em valor presente</u> ou <u>em valor da data focal</u>, anulando-se.

Cálculos da TIR do fluxo de caixa apresentado

Cálculo da TIR com calculadora financeira HP 12C

Mês	Fluxo de caixa	Digitação
0	(11.000)	**11000** $\boxed{\text{CHS}}$ $\boxed{\text{g}}$ $\boxed{\text{CF}_0}$
1	0	**0** $\boxed{\text{g}}$ $\boxed{\text{CF}_j}$
2	4.000	**4000** $\boxed{\text{g}}$ $\boxed{\text{CF}_j}$ **2** $\boxed{\text{g}}$ $\boxed{\text{N}_j}$
3	4.000	
4	0	**0** $\boxed{\text{g}}$ $\boxed{\text{CF}_j}$
5	(2.144)	**2144** $\boxed{\text{CHS}}$ $\boxed{\text{g}}$ $\boxed{\text{CF}_j}$
6	6.000	**6000** $\boxed{\text{g}}$ $\boxed{\text{CF}_j}$

$\boxed{\text{f}}$ $\boxed{\text{IRR}}$ **= 2,00% a.m.**

Comprovação da exatidão da TIR calculada

COMPROVAÇÃO DO CÁLCULO DA TIR, À TAXA DE 2,0% a.m.

Mês	Movimentação	Juros	Saldo
0	(11.000)		(11.000)
1	-	(220)	(11.220)
2	4.000	(224)	(7.444)
3	4.000	(149)	(3.593)
4	-	(72)	(3.665)
5	(2.144)	(73)	(5.882)
6	6.000	(118)	0

Perpetuidade

Quando um capital "nunca vence" e rende juros periódicos indefinidamente, a forma de remuneração chama-se perpetuidade.

Pode-se calcular o Valor Presente da Perpetuidade (*VPP*), dividindo o fluxo de rendimentos futuros (*PMT*) pela taxa de juros (*i*).

$$VPP = \frac{PMT}{i}$$

4.4

Equivalência de capitais

Cálculo de valor presente

Valor corrente (A)	Fator de juros (B)	Valor equivalente (A / B)
Conjunto de capitais 1:		
$ 11.000	$(1,02)^0$	$ 11.000
$ 2.144	$(1,02)^5$	$ 1.942
Total		$ 12.942
Conjunto de capitais 2:		
$ 4.000	$(1,02)^2$	$ 3.845
$ 4.000	$(1,02)^3$	$ 3.769
$ 6.000	$(1,02)^6$	$ 5.328
Total		$ 12.942

Capitais equivalentes em uma data focal

Se os conjuntos de capitais são equivalentes a valor presente, eles são também em qualquer outra data focal.

$$\boxed{VE = VN\,(1 + i)^{df-dc}} \qquad \text{(equação 4.18)}$$

ou

$$\boxed{VE = VN \,/\, (1 + i)^{dc-df}} \qquad \text{(equação 4.19)}$$

Onde:

VE = valor equivalente;

VN = valor nominal (ou valor corrente);

df = data focal;

dc = data corrente.

Cálculo de capitais equivalentes em data focal 4, a 2% a.m.

Valor corrente (A)	Fator de juros (B)	Valor equivalente (A x B)
Conjunto de capitais 1:		
$ 11.000	$(1,02)^{4-0}$	$ 11.907
$ 2.144	$(1,02)^{4-5}$	$ 2.102
Total		$ 14.009
Conjunto de capitais 2:		
$ 4.000	$(1,02)^{4-2}$	$ 4.162
$ 4.000	$(1,02)^{4-3}$	$ 4.080
$ 6.000	$(1,02)^{4-6}$	$ 5.767
Total		$ 14.009

Valor presente líquido e valor futuro líquido

Se a taxa de juros aplicada aos valores correntes for diferente da TIR, haverá diferença entre a soma dos capitais 1 e 2.

O *Valor Presente Líquido (VPL)* é a soma das entradas e saídas de um fluxo de caixa na data inicial.

O *Valor Futuro Líquido (VFL)* é a soma das entradas e saídas de um fluxo de caixa na data final.

Cálculos de VPL a 3% a.m.

Valor corrente (A)	Fator de juros (B)	Valor equivalente (A / B)
Conjunto de capitais 1:		
$ 11.000	$(1,03)^0$	$ 11.000
$ 2.144	$(1,03)^5$	$ 1.849
Total		**$ 12.849**
Conjunto de capitais 2:		
$ 4.000	$(1,03)^2$	$ 3.770
$ 4.000	$(1,03)^3$	$ 3.661
$ 6.000	$(1,03)^6$	$ 5.025
Total		**$ 12.456**
VPL		**$ (393)**

Cálculos de VFL a 3% a.m.

Valor corrente (A)	Fator de juros (B)	Valor equivalente (A x B)
Conjunto de capitais 1:		
$ 11.000	$(1,03)^6$	$ 13.135
$ 2.144	$(1,03)^1$	$ 2.208
Total		$ 15.343
Conjunto de capitais 2:		
$ 4.000	$(1,03)^4$	$ 4.502
$ 4.000	$(1,03)^3$	$ 4.371
$ 6.000	$(1,03)^0$	$ 6.000
Total		$ 14.873
VFL		**$ (470)**

Séries uniformes equivalentes

TRANSFORMAÇÃO DE UM VALOR EM UMA SUE

VP= -$ 60.000,00
i= 15% a.p. (ao período)
N= 4
PMT= ?

A SUE (tecla PMT) deste fluxo de caixa é de $ 21.015,92.

Séries não uniformes equivalentes

Série uniforme equivalente (SUE)

↓0	↓1	↓2	↓3	↓4
	35.015,92	35.015.92	35.015.92	35.015.92

⇓

Transformação de SUE em SNUE (SNUE)

⇓

Série não uniforme equivalente

↓0	↓1	↓2	↓3	↓4
	35.015,92	35.015.92	20.000,00	52.284,22