

# Juros compostos

Sistema em que os juros produzidos por um capital num período incorpora a capital para o cálculo no período seguinte.

## •Diferença entre juros simples e juros Compostos (exemplificada)

Capital = R\$ 1000,00 durante 10 meses a taxa de 3% am

No fim do	J. simples	M. simples	J. compostos	M. Composto
1° mês	R\$ 30,00	R\$1.030,00	R\$ 30,00	R\$ 1.030,00
2° mês	R\$ 30,00	R\$1.060,00	R\$ 30,90	R\$ 1.060,90
3° mês	R\$ 30,00	R\$1.090,00	R\$ 31,83	R\$ 1.092,73
4° mês	R\$ 30,00	R\$1.120,00	R\$ 32,78	R\$ 1.125,51
5° mês	R\$ 30,00	R\$1.150,00	R\$ 33,77	R\$ 1.159,27
6° mês	R\$ 30,00	R\$1.180,00	R\$ 34,78	R\$ 1.194,05
7° mês	R\$ 30,00	R\$1.210,00	R\$ 35,82	R\$ 1.229,87
8° mês	R\$ 30,00	R\$1.240,00	R\$ 36,90	R\$ 1.266,77
9° mês	R\$ 30,00	R\$1.270,00	R\$ 38,00	R\$ 1.304,77
10° mês	R\$ 30,00	<b>R\$1.300,00</b>	R\$ 39,14	<b>R\$ 1.343,92</b>

Montante produzido a juros compostos

$$M = C.(1 + i)^n$$

Ex.. Capital = R\$ 1000,00 durante 10 meses a taxa de 3% am

$$M = 1000 \times (1 + 0,03)^{10} = 1000 \times 1,343916379$$

$$M = \text{R\$ } 1.343,92$$

Nas calculadoras científicas a potência é calculada usando-se a tecla  $Y^X$  ou  $\wedge$

No exemplo **1 + 0,03  $Y^X$  10 x 1000** ou **1000x(1+0,03)<sup>10</sup>**

O montante de juros compostos pode ser calculado no

Excel pela formula: **=VF(i%;n;;-C)**

No exemplo acima =VF(3%;10;;-1000)

O montante de juros compostos na calculadora hp financeira

No exemplo devemos digitar:

**f clear FIN 10 n 3 i 1000 CHS PV FV**

### Exercício 47

Qual é a taxa mensal de aplicação de um capital de R\$800,00 para que após 5 meses tenham os um montante composto de R\$883,26.

$$M = C.(1 + i)^n$$

$$883,26 = 800.(1 + i)^5$$

$$\frac{883,26}{800} = (1 + i)^5$$

$$\left(\frac{883,26}{800}\right)^{\frac{1}{5}} = (1 + i) \longrightarrow$$

Na calculadora

$$(883,26 \div 800) ^ (1 \div 5) =$$

$$1,01999 = 1 + i$$

$$i = 0,01999$$

$$i = 2\%$$

## Capitalização composta com taxa mista

Taxa de rendimento é variável.

Rendimento da caderneta de poupança.

$$M = C.(1 + i_1). (1 + i_2). (1 + i_3).....(1 + i_n)$$

Capital  
Montante  
Taxa no 1º período  
Taxa no 2º período  
Taxa no 3º período

**Exemplo:** R\$ 1.000,00 foi aplicado em uma caderneta de poupança durante 4 meses e os rendimentos mensais a 0,9560%; 0,8245%; 0,9866% e 1,234%.

$$M = C.(1 + i_1). (1 + i_2). (1 + i_3).(1 + i_4)$$
$$= 1000.(1,009560).(1,008245).(1,009866).(1,01234)$$

$$M = \text{R\$ } 1.040,61$$

# Taxa equivalente

Duas taxas são equivalentes se para o mesmo capital produz o mesmo montante no mesmo período uma a juros simples e outra a juros compostos.

A equivalência é dada pela expressão:

$$i_e = (1 + i)^n - 1$$

## Exemplo

Uma taxa de juros composta de 5% am equivale a uma taxa anual de

$$i_e = (1 + i)^n - 1 = (1 + 0,05)^{12} - 1 = 1,795856326 - 1 = 0,795856326 \cong 79,59 \%$$

Se a capitalização tiver taxas variáveis a taxa equivalente será dada por:

$$i_e = (1 + i_1) \cdot (1 + i_2) \cdot (1 + i_3) \dots (1 + i_n) - 1$$

**Exemplo:** Uma caderneta de poupança durante 4 meses e os rendimentos mensais foram respectivamente iguais a 0,9560%; 0,8245%; 0,9866% e 1,234%. O rendimento em porcentagem nestes 4 meses foi equivalente a:

$$i_e = (1 + i_1) \cdot (1 + i_2) \cdot (1 + i_3) \cdot (1 + i_4) - 1 =$$

$$i_e = (1,009560) \cdot (1,008245) \cdot (1,009866) \cdot (1,01234) - 1 =$$

$$i_e = 0,004061087408746 \cong 4,061\%$$

46) A inflação nos três primeiros meses do ano foi de 2,1%; 1,4% e 1,4%. Qual é taxa acumulada no trimestre

$$i_e = (1 + i_1) \cdot (1 + i_2) \cdot (1 + i_3) - 1$$

$$i_e = 1,021 \cdot 1,014 \cdot 1,014 - 1 = 0,049788116$$

$$i_e = 4,98\%$$

$$i_1 = 2,1\% = 0,021$$

$$i_2 = 1,4\% = 0,014$$

$$i_3 = 1,4\% = 0,014$$

47) Qual é a taxa mensal equivalente a 12%aa?

$$i_e = (1 + i)^n - 1$$

$$i = 12\% \text{ aa} = 0,12 \text{ aa}$$

$$n = 1m = \frac{1}{12} a$$

$$i_e = 1,12^{\frac{1}{12}} - 1 = 0,00948879 = 0,95\% \text{ am}$$

$$1,12^{(1:12)} - 1 = \times 100 = 0,948879293$$

## Taxa real (r) de juros

Taxa real (r) de juros é a taxa de juros já descontada a inflação

$$r_{\%} = \left( \frac{1+i}{1+k} - 1 \right) \cdot 100\%$$

**taxa unitária da transação financeira no período (decimal), no caso taxa paga**

**taxa unitária de comparação no período (decimal), no caso a inflação do período**

**taxa real no período (%)**

**Exemplo:** A inflação anual foi de 10%. Se um trabalhador recebe de aumento 15%, qual foi a taxa real de reajuste?

$$r_{\%} = \left( \frac{1+i}{1+k} - 1 \right) \cdot 100\% = \left( \frac{1+0,15}{1+0,10} - 1 \right) \cdot 100\%$$

**$i = 15\% = 0,15$**   
 **$k = 10\% = 0,10$**

$$\mathbf{r = 4,55\%}$$

## Exercícios

48) A inflação anual foi de 10%. Se um trabalhador recebe de aumento 9%, qual foi a taxa real de reajuste?  $i = 9\% = 0,09$   $k = 10\% = 0,10$

$$r_{\%} = \left( \frac{1+i}{1+k} - 1 \right) \cdot 100\% = \left( \frac{1,09}{1,10} - 1 \right) \cdot 100\% \quad \boxed{r = -0,91\%}$$

**Perda de 0,91%**

49) Durante dois meses consecutivos a inflação foi de 9% e 12% respectivamente. Se uma aplicação rendeu 30% no mesmo período qual foi a sua taxa real?

$$K = i_e = (1 + i_1) \cdot (1 + i_2) - 1 = 1,09 \cdot 1,12 - 1 = 0,2208 \quad i = 30\% = 0,30$$

$$r_{\%} = \left( \frac{1+i}{1+k} - 1 \right) \cdot 100\% = \left( \frac{1,30}{1,2208} - 1 \right) \cdot 100\% \quad \boxed{r = 6,49\%}$$

50) Uma aplicação financeira rende 8% num trimestre enquanto quer a inflação acumulada no mesmo período é de 5%. Calcule o ganho real neste trimestre.

$$i = 8\% = 0,08$$

$$k = 5\% = 0,05$$

$$r_{\%} = \left( \frac{1+i}{1+k} - 1 \right) \cdot 100\% = \left( \frac{1,08}{1,05} - 1 \right) \cdot 100\%$$

$$r = 2,86\%$$

51) Uma aplicação financeira rende 12% num trimestre enquanto quer a inflação acumulada no mesmo período é de 8%. Calcule o ganho real neste trimestre.

$$i = 12\% = 0,12$$

$$k = 8\% = 0,08$$

$$r_{\%} = \left( \frac{1+i}{1+k} - 1 \right) \cdot 100\% = \left( \frac{1,12}{1,08} - 1 \right) \cdot 100\%$$

$$r = 3,70\%$$