- SUMÁRIO -

- Conceitos Introdutórios
- Fundamentos da Matemática Financeira
- Diagramas de Fluxo de Caixa
- Taxas de Juros
- O Valor do Dinheiro no Tempo
- Anuidades ou Séries
- Descontos
- Amortização
- *Leasing*
- Bibliografia

Conceitos Introdutórios

Disciplina de ADMINISTRAÇÃO E ECONOMIA

Retornar

Conceitos Introdutórios

ADMINISTRAÇÃO

"A administração é o **processo de planejar, organizar, liderar e controlar** os esforços realizados pelos membros da organização e o uso de todos os recursos organizacionais para alcançar os objetivos estabelecidos."

"AD" → Prefixo latino = Junto de

"MINISTRATIO" → Radical = Obediência, subordinação, aquele que presta serviços

A administração é uma ciência social

Conceitos Introdutórios

FUNÇÕES ADMINISTRATIVAS

Prever, Organizar, Comandar, Coordenar e Controlar (Henry Fayol)

Teoria Clássica (POC_3)

- Planejar, Organizar, Dirigir e Controlar (Willian Newman)
- Planejar, Organizar, Liderar e Controlar (Peter Drucker)

Teoria Neoclássica

Prever, Planejar, Implantar, Comandar, Coordenar e Controlar
(Nogueira de Faria)

Conceitos Introdutórios

SEQUÊNCIA DAS FUNÇÕES ADMINISTRATIVAS

PLANEJAR — Lógica e Métodos

ORGANIZAR — Distribuir Autoridade e Recursos

LIDERAR — Motivação

CONTROLAR — Rumo

Conceitos Introdutórios

OBJETIVO ECONÔMICO DAS ORGANIZAÇÕES

Maximização de seu valor de mercado a longo prazo

Retorno do Investimento x Risco Assumido

O LUCRO possibilita:

- **A melhoria e expansão dos serviços/produtos**
- **O cumprimento das funções sociais**
  - **Pagamento dos impostos;**
  - **Remuneração adequada dos empregados;**
  - **Investimentos em melhoria ambiental, etc.**

Conceitos Introdutórios

ESTRUTURA ORGANIZACIONAL (Área de Finanças)

Administração Financeira

Tesouraria

Administração de Caixa
Crédito e Contas a Receber
Contas a Pagar
Câmbio
Planejamento Financeiro

Controladoria

Contabilidade Financeira
Contabilidade de Custos
Orçamentos
Administração de Tributos
Sistemas de Informação

Conceitos Introdutórios

LIQUIDEZ E RENTABILIDADE

⇒ Liquidez

Preocupação do Tesoureiro: "manutenção da liquidez da empresa"

A liquidez implica na manutenção de recursos financeiros sob a forma de disponibilidades.

Caixa e aplicações de curto prazo ⟶ Taxas reduzidas

⇒ Rentabilidade

Preocupação do Controller: "com a rentabilidade da empresa"

A rentabilidade é o grau de êxito econômico obtido por uma empresa em relação ao capital nela investido.

MATEMÁTICA BÁSICA

Potenciação (base ^{expoente}) → $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

Inverso de um Número → inverso de 4 = ¼ = 0,25

Radiciação → $\sqrt{16} = 16^{1/2} = 4$

→ $\sqrt[4]{81} = 81^{1/4} = 3$

Logaritmo Decimal → $1{,}60^{x} = 281{,}47$

$x = \log 281{,}47 / \log 1{,}60$ $\quad x = 12$

Logaritmo Neperiano → $1{,}60^{x} = 281{,}47$

$x = LN\ 281{,}47 / LN\ 1{,}60$ $\quad x = 12$

Fundamentos da Matemática Financeira

Disciplina de ADMINISTRAÇÃO E ECONOMIA

Retornar

INTRODUÇÃO

A Matemática Financeira tem como objetivo principal estudar o valor do dinheiro em função do tempo.

ANALISAR OS RISCOS

REDUZIR OS PREJUÍZOS

AUMENTAR OS LUCROS

PORCENTAGEM

A expressão por cento é indicada pelo sinal %.

Ao se efetuar cálculos de porcentagem, se está efetuando um simples cálculo de proporção.

Exemplo:

Qual é a comissão de 10% sobre uma venda de $800,00?

Resolução na HP-12C: [8] [0] [0] [ENTER] [1] [0] [%]

Resposta: $80,00

CÁLCULO DO PREÇO DE VENDA, COM BASE NA TAXA E NO LUCRO

Exemplo:

Por quanto se deve vender uma mercadoria que custou $4.126,75, para se obter um lucro de 6%?

Solução algébrica

4.126,75 —— 100%

X —— 106% **X = $4.374,35**

Resposta: O preço de venda deve ser de $4.374,35.

CÁLCULO DO CUSTO, COM BASE NA TAXA E NO LUCRO

Exemplo:

Um comerciante ganha $892,14 sobre o custo de certa mercadoria. A taxa de lucro foi de 5%. Qual é o custo?

Solução algébrica

X	——	100%
$892,14	——	5%

X = $17.842,80

Resposta: O custo da mercadoria foi de $17.842,80.

CÁLCULO DA TAXA, COM BASE NO ABATIMENTO E NO PREÇO

Exemplo:

Sobre uma fatura de $3.679,49 se concede um abatimento de $93,91. De quanto por cento é esse abatimento?

Solução algébrica

$3.679,49 —— 100%

$93,91 —— X % **X % = 2,5523%**

Resposta:

O abatimento sobre o preço de venda foi de 2,5523%.

CÁLCULO DO LUCRO, COM BASE NO PREÇO DE VENDA E NA TAXA

Exemplo:

Um comerciante vendeu certas mercadorias, com um lucro de 8% sobre o custo, por $12.393,00. Qual foi o seu lucro?

Solução algébrica

$12.393,00 —— 108%

X —— 8 % **X = $918,00**

Resposta: O lucro foi de $918,00.

CÁLCULO DA TAXA, COM BASE NO PREÇO DE VENDA E NO LUCRO

Exemplo:

Um comerciante vendeu uma certa mercadoria por $15.825,81 e ganhou $1.438,71 de lucro. Qual foi a taxa de lucro obtida?

Solução algébrica

$15.825,81 - $1.438,71 —— 100%

$1.438,71 —— X % **X % = 10%**

Resposta: A taxa de lucro foi de 10%.

CÁLCULO DO PREÇO BRUTO, COM BASE NO PREÇO LÍQUIDO E NA TAXA

Exemplo:

Um comerciante vendeu uma certa mercadoria com o desconto de 8% e recebeu o líquido de $2.448,13. Qual era o preço de venda original (preço bruto)?

Solução algébrica

$2.448,13 —— 100% - 8%

X —— 100 % X = $2.661,01

Resposta: O preço de venda era de $2.661,01 (preço bruto).

CÁLCULO DA TAXA, COM BASE NO PREÇO LÍQUIDO E NO ABATIMENTO

Exemplo:

Um determinado título foi liquidado por $879,64, com abatimento de $46,30. Determine a taxa do abatimento.

Solução algébrica

$879,64 + $46,30 —— 100%

$46,30 —— X % X = 5%

Resposta: A taxa de abatimento foi de 5%.

IMPORTANTE

Lembre-se que a base de cálculo sempre é o valor do Custo.

100% ⟶ CUSTO

E o Preço de Venda é formado pelo Custo e pelo Lucro.

Preço de Venda = Custo + Lucro

Diagramas de Fluxo de Caixa

Disciplina de ADMINISTRAÇÃO E ECONOMIA

Retornar

Diagramas de Fluxo de Caixa

CONCEITOS INICIAIS

A Matemática Financeira se preocupa com duas variáveis:

Dinheiro

Tempo

CONCEITOS INICIAIS

As transações financeiras envolvem duas variáveis-chaves:

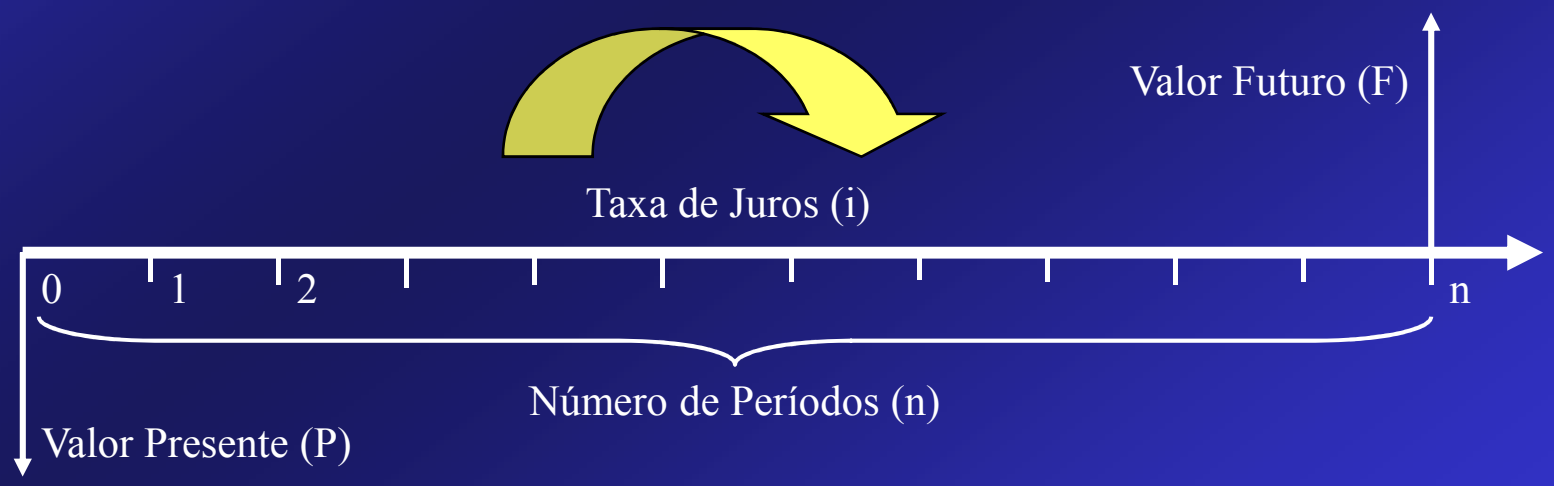
DINHEIRO e **TEMPO**

- Valores somente podem ser comparados se estiverem referenciados na mesma data;

- Operações algébricas apenas podem ser executadas com valores referenciados na mesma data.

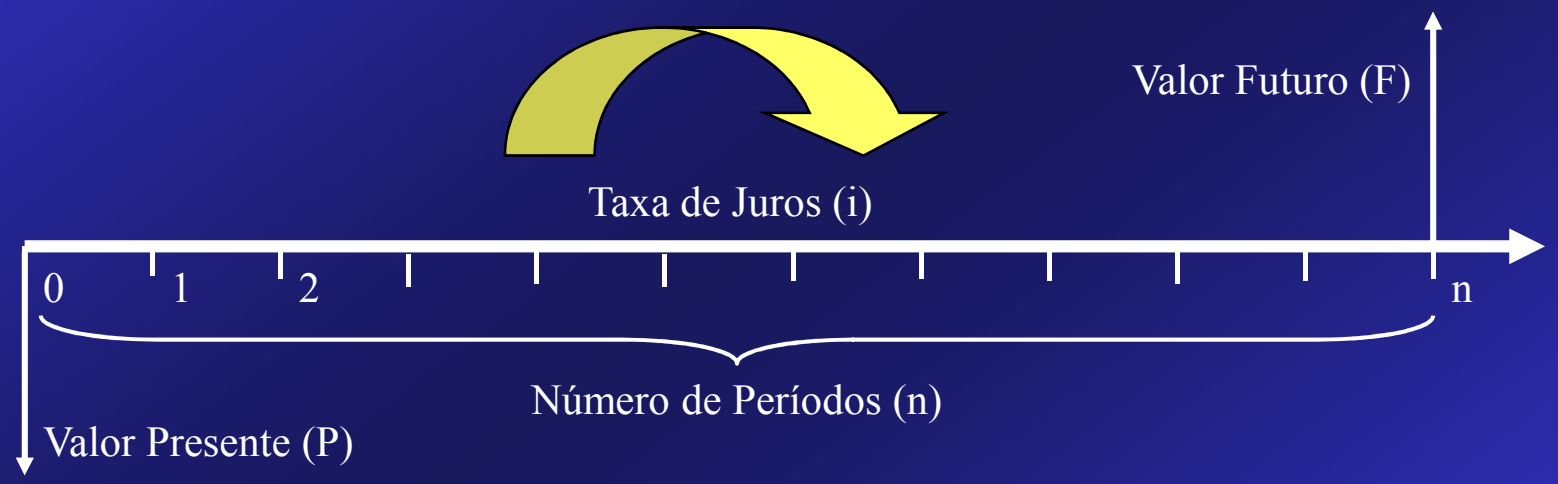
DIAGRAMA DE FLUXO DE CAIXA (DFC)

Desenho esquemático que facilita a representação das operações financeiras e a identificação das variáveis relevantes.



Diagramas de Fluxo de Caixa

DIAGRAMA DE FLUXO DE CAIXA (DFC)



Escala Horizontal → representa o tempo (meses, dias, anos, etc.)

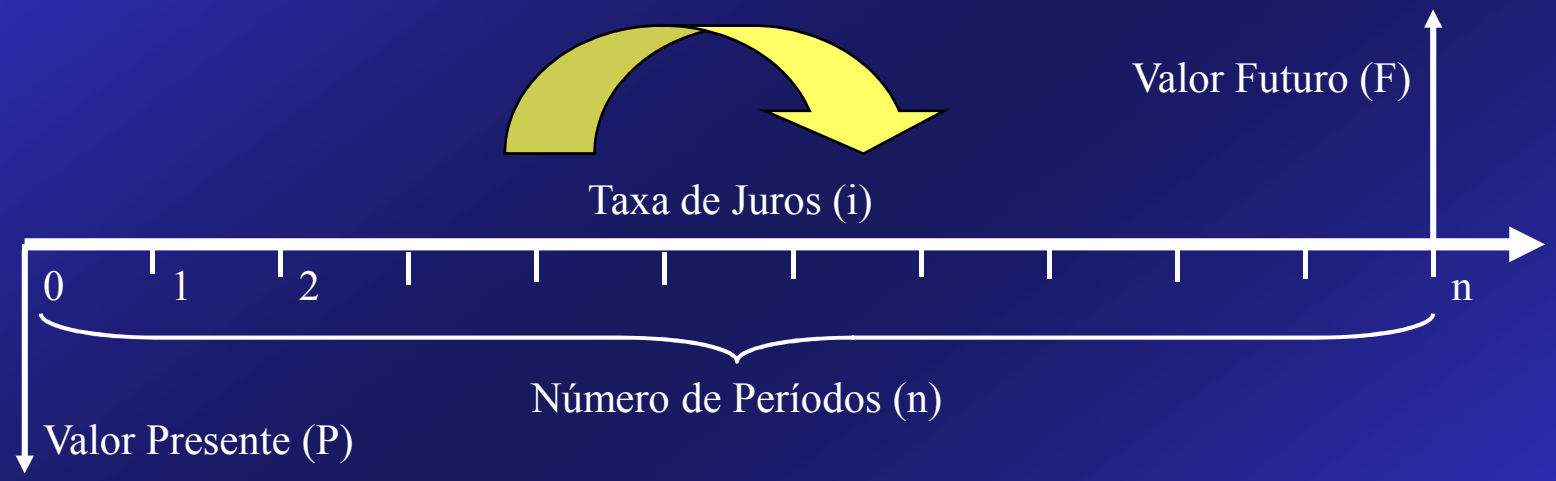
Marcações Temporais → posições relativas das datas (de "zero" a n)

Setas para Cima → entradas ou recebimentos de dinheiro (sinal positivo)

Setas para Baixo → saídas de dinheiro ou pagamentos (sinal negativo)

Diagramas de Fluxo de Caixa

COMPONENTES DO DFC



Valor Presente → capital inicial (P, C, VP, PV – *present value*)
Valor Futuro → montante (F, M, S, VF, FV – *future value*)
Taxa de Juros → custo de oportunidade do dinheiro (i - *interest rate*)
Tempo → período de capitalização (n – *number of periods*)
Prestação → anuidades, séries, pagamentos (A, R, PMT – *payment*)

Taxas de Juros

Disciplina de ADMINISTRAÇÃO E ECONOMIA

Retornar

ESPECIFICAÇÃO DAS TAXAS DE JUROS

- **Taxas Proporcionais**

  (mais empregada com juros simples)

- **Taxas Equivalentes**

  (taxas que transformam um mesmo P em um mesmo F)

- **Taxas Nominais**

  (período da taxa difere do da capitalização)

- **Taxas Efetivas**

  (período da taxa coincide com o da capitalização)

TAXAS DE JUROS PROPORCIONAIS

Com juros simples as taxas proporcionais são também equivalentes.
Com juros compostos as taxas proporcionais não são equivalentes.

$$i_k = r / k$$

Qual é a taxa mensal proporcional para 60% a.a.?

$$60\% \text{ a.a.} \rightarrow \quad i_k = r / k \;=\; 60 / 12 \;=\; 5\% \text{ a.m.}$$

Qual é a taxa bimestral proporcional para 30% a.a.?

$$30\% \text{ a.a.} \rightarrow \quad i_k = r / k \;=\; 30 / 6 \;=\; 5\% \text{ a.b.}$$

TAXAS DE JUROS EQUIVALENTES

São as que, referidas a períodos de tempo diferentes e aplicadas a um mesmo capital, pelo mesmo prazo, produzem juros iguais e, consequentemente, montantes iguais.

Qual é a taxa anual equivalente para 5% a.m. (juros compostos)?

5% a.m. → 79,58% a.a.

(Taxa Equivalente ≠ Taxa Proporcional)

Qual é a taxa anual equivalente para 5% a.m. (juros simples)?

5% a.m. → 60% a.a.

(Taxa Equivalente = Taxa Proporcional)

Taxas de Juros Compostos Equivalentes

$$(1+i_d)^{360} = (1+i_m)^{12} = (1+i_t)^4 = (1+i_s)^2 = (1+i_a)$$

i_d = Taxa diária i_m = Taxa mensal i_t = Taxa trimestral

i_s = Taxa semestral i_a = Taxa anual

Exemplo: A taxa de juros de 5% ao trimestre equivale a que taxas anual e mensal?

$(1+0{,}05)^4 = (1+i_a)$ → 0,2155 ou 21,55% ao ano

$(1+0{,}05)^4 = (1+i_m)^{12}$ → 0,0164 ou 1,64% ao mês

Taxas de Juros Compostos Equivalentes

$$i_q = (1 + i_t)^{q/t} - 1$$

i_q = Taxa equivalente i_t = Taxa que eu tenho

q = Número de dias da taxa que eu quero

t = Número de dias da taxa que eu tenho

Exemplo: A taxa de juros de 5% ao trimestre equivale a que taxas anual e mensal?

$iq = (1+0{,}05)^{360/90} - 1$ → 0,2155 ou 21,55% ao ano

$iq = (1+0{,}05)^{30/90} - 1$ → 0,0164 ou 1,64% ao mês

Exemplos de Juros Compostos Equivalentes

Taxa Mensal	Taxa Semestral	Taxa Anual
1% a.m.	6,15% a.s.	12,68% a.a.
5% a.m.	34,01% a.s.	79,59% a.a.
10% a.m.	77,16% a.s.	213,84% a.a.
15% a.m.	131,31% a.s.	435,03% a.a.

Cálculo de Taxas Equivalentes na HP-12c

f P/R → Entrada no modo de programação

f PRGM → Limpeza de programas anteriores

x ≷ y ÷ x ≷ y 1 0 0 ÷ 1 +

x ≷ y y^x 1 − 1 0 0 X

f P/R → Saída do modo de programação

Programa para Cálculo de Taxas Equivalentes na Calculadora Financeira HP-12c

Exemplificando

EXEMPLO: Transformando a taxa de 14% ao mês em uma taxa diária

f REG → Limpa os Registradores

1 4 ENTER 3 0 ENTER

1 R/S → 0,437716065% a.d.

- Roteiro de Cálculo:

  1º Informe a taxa que você tem, aperte ENTER e dê o tempo em dias;

  2º Informe o número de dias da taxa que você quer e

  3º Aperte a tecla R/S para obter a resposta

Taxas de Juros

EXERCÍCIOS

Faça as seguintes conversões de taxas equivalentes na HP-12C

0,055063% a.d. para ano útil (252 dias) →

4,678% a.m. para ano comercial (360 dias) →

34,8234% a.s. para dia →

129,673% a.a. (comercial) para mês →

TAXAS DE JUROS NOMINAIS

Refere-se aquela definida a um período de tempo diferente do definido para a capitalização.

Exemplo: 24% ao ano capitalizado mensalmente

ANO MÊS

24% a.a. capitalizado mensalmente = 2% a.m. capitalizado mensalmente

24% a.a. capitalizado mensalmente = 26,82% a.a. capitalizado anualmente

Taxa Nominal Taxa Efetiva

TAXAS DE JUROS NOMINAIS

- São taxas de juros apresentadas em uma unidade, porém capitalizadas em outra.
- No Brasil ➡ Caderneta de Poupança

~~6% a. a. capitalizada mensalmente~~

0,5% a.m.

TAXAS DE JUROS EFETIVAS

Refere-se aquela definida a um período de tempo igual ao definido para a capitalização. Associada aquela taxa que efetivamente será utilizada para o cálculo dos juros.

Exemplo: 26,82% ao ano capitalizado anualmente

⇧ ANO ⇧ ANO

24% a.a. capitalizado mensalmente = 26,82% a.a. capitalizado anualmente

Taxa Nominal — Taxa Efetiva

JUROS COMERCIAIS E EXATOS

JUROS COMERCIAIS

1 mês sempre tem 30 dias

1 ano sempre tem 360 dias

JUROS EXATOS

1 mês pode ter 28, 29, 30 ou 31 dias

1 ano pode ter 365 dias ou 366 dias (ano bissexto)

De 10 de março até o último dia de maio teremos:

JUROS COMERCIAIS (80 Dias)	JUROS EXATOS (82 Dias)
20 dias em Março	21 dias em Março
30 dias em Abril	30 dias em Abril
30 dias em Maio	31 dias em Maio

CONVERSÃO DE PRAZOS

REGRA GERAL

- Primeiro converta o prazo da operação para número de dias;
- Logo após, divida o prazo da operação em dias pelo número de dias do prazo da taxa fornecida ou desejada.

EXEMPLOS:

n = 68 dias
i = 15% ao mês ⟹ Dias → Meses: n = 68 / 30 = 2,2667 meses

n = 3 meses
i = 300% ao ano ⟹ Meses → Anos: n = 90 / 360 = 0,25 anos

n = 2 bimestres
i = 20% ao semestre ⟹ Bimestres → Semestres: n = 120 / 180 = 0,6667 semestres

PRINCÍPIO DA MATEMÁTICA FINANCEIRA

Quando taxa e período estiverem em unidades de tempo diferentes, deve-se converter o prazo.

Pré-requisitos Básicos em Finanças

Importante

Taxa (*i*) e **Número de Períodos (*n*)**
devem estar sempre na **mesma** base!!!

No Regime de Juros Compostos

Nunca multiplique ou divida a taxa de juros!!!!

Atenção!!!

Nunca some valores em datas diferentes.

O Valor do Dinheiro no Tempo

Disciplina de ADMINISTRAÇÃO E ECONOMIA

Retornar

O Valor do Dinheiro no Tempo

Você emprestaria $1000,00 a um amigo?

- Será que ele vai me pagar daqui a um ano?
- Será que daqui a um ano o poder de compra de $1000,00 será o mesmo?
- Se eu tivesse feito uma aplicação financeira teria algum rendimento?

O Dinheiro tem um custo associado ao tempo

O Valor do Dinheiro no Tempo

DINHEIRO: são os valores dos pagamentos ou recebimentos em uma transação.

TEMPO: prazo compreendido entre a data da operação e a época em que o pagamento ou o recebimento irá ocorrer.

O Valor do Dinheiro no Tempo

INFLAÇÃO

É o processo de perda do valor aquisitivo da moeda, caracterizado por um aumento generalizado de preços.

O fenômeno oposto recebe o nome de DEFLAÇÃO

Consequências da Inflação

Alteração da relação salário, consumo, poupança

Má distribuição de renda

O Valor do Dinheiro no Tempo

INFLAÇÃO

É a perda do valor aquisitivo da moeda ao longo do tempo

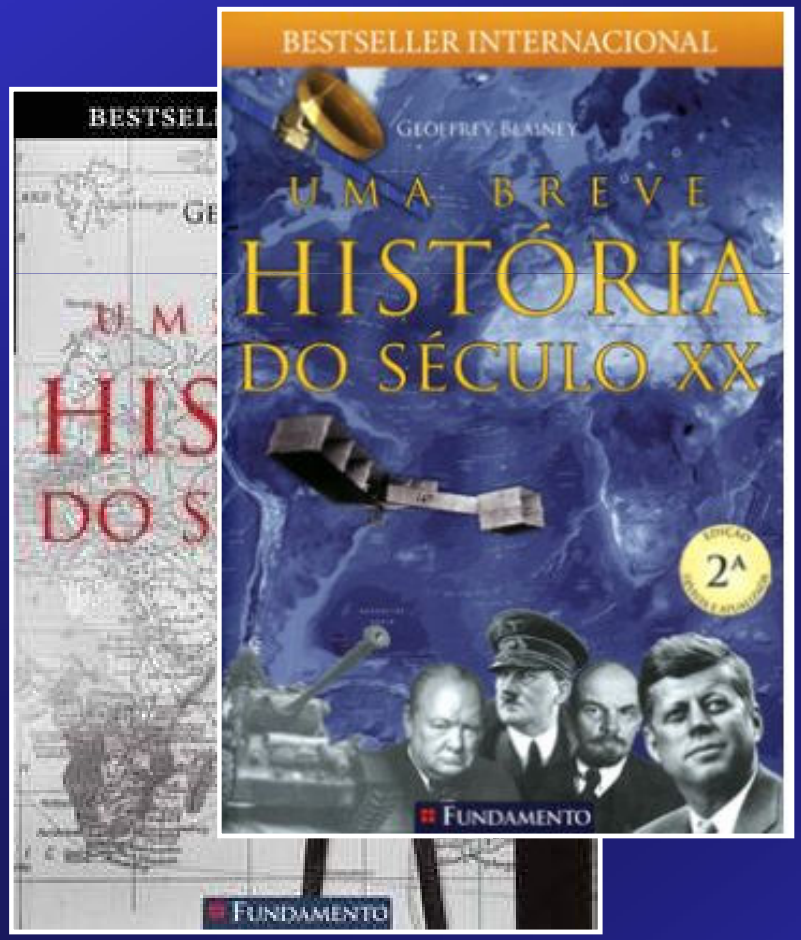
DINHEIRO x TEMPO

Taxas de inflação (exemplos):

1,2% ao mês
4,5% ao ano
7,4% ao ano
85,6% ao ano

O Valor do Dinheiro no Tempo

Inflação Galopante na Rússia 1913-1917



"A inflação atingiu níveis estratosféricos. Entre 1913 e 1917 o preço da farinha triplicou, o do sal quintuplicou e o da manteiga aumentou mais de oito vezes."

(BLAINEY, 2008, p.67)

BLAINEY, Geoffrey. Uma Breve História do Século XX. 1.ed. São Paulo: Fundamento, 2008.

O Valor do Dinheiro no Tempo

Hiperinflação na Alemanha 1922-1923

➡ **Entre agosto de 1922 e novembro de 1923 a taxa de inflação alcançou 1 trilhão por cento.**

"The most important thing to remember is that inflation is not an act of God, that inflation is not a catastrophe of the elements or a disease that comes like the plague. Inflation is a policy."

(*Ludwig von Mises*, Economic Policy, p. 72)

O Valor do Dinheiro no Tempo

Hiperinflação na Alemanha 1922-1923

Hiperinflação na Alemanha (década de 1920)
Um pão custava 1 bilhão de Marcos.

O Valor do Dinheiro no Tempo

Hiperinflação na Alemanha 1922-1923

ANTES DA 1ª GUERRA MUNDIAL (1914)
4,2 Marcos = 1 Dólar Americano

APÓS A 1ª GUERRA MUNDIAL (1923)
4,2 Trilhões de Marcos = 1 Dólar Americano

A crise econômica simplesmente exterminou a classe média alemã e levou um número cada vez maior de alemães às fileiras dos partidos políticos radicais.

O Valor do Dinheiro no Tempo

Início da Inflação no Brasil - 1814

"O tesouro comprava folhas de cobre por 500 a 660 réis a libra (pouco menos de meio quilo) e cunhava moedas com valor de face de 1280 réis, mais do que o dobro do custo original da mátéria-prima."

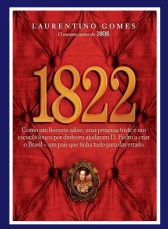
(GOMES, 2010, p.58)

O Valor do Dinheiro no Tempo

Início da Inflação no Brasil - 1814

"Era dinheiro podre, sem lastro, mas ajudava o governo a pagar suas despesas. D. Pedro I havia aprendido a esperteza com o pai D. João, que também recorrerá à fabricação de dinheiro em 1814 …"

"… D. João mandou derreter todas as moedas estocadas no Rio de Janeiro e cunhá-las novamente com valor de face de 960 réis. Ou seja, de um dia para o outro a mesma moeda passou a valer mais 28%."



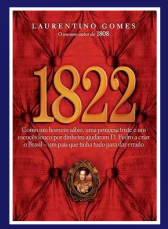
(GOMES, 2010, p.59)

O Valor do Dinheiro no Tempo

Início da Inflação no Brasil - 1814

"Com esse dinheiro milagrosamente valorizado, D. João pagou suas despesas, mas o truque foi logo percebido pelo mercado de câmbio, que rapidamente reajustou o valor da moeda para refletir a desvalorização. A libra esterlina que era trocada por 4000 réis passou a ser cotada em 5000 réis. Os preços dos produtos em geral subiram na mesma proporção."

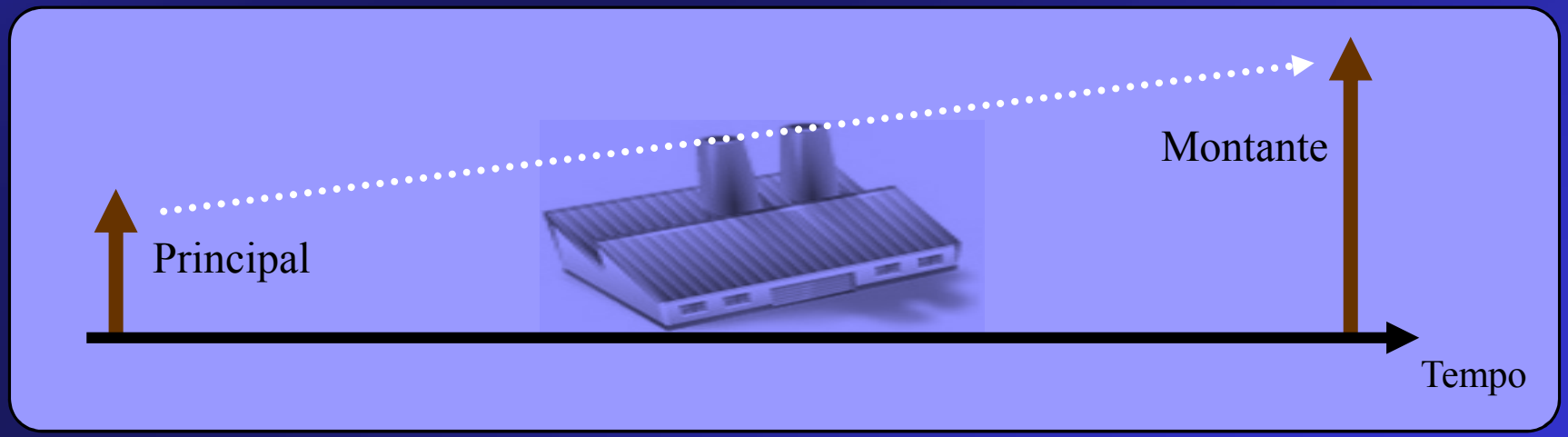
(GOMES, 2010, p.59)



GOMES, Laurentino. 1822. 1.ed. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2010.

Impacto da Inflação nas Empresas

Variações nos valores dos custos e das despesas



Taxa de Juros Real

Fórmula empregada para descontar a inflação de uma taxa de juros

$$1 + i_{real} = (1 + i_{efet}) / (1 + i_{infl})$$

i_{real} = Taxa de Juros Real no Período

i_{efet} = Taxa de Juros Efetiva no Período

i_{infl} = Taxa de Juros da Inflação no Período

Taxa de Juros Real

EXEMPLO: Um capital foi aplicado, por um ano, a uma taxa de juros igual a 22% ao ano. No mesmo período, a taxa de inflação foi de 12% a.a. Qual é a taxa real de juros?

$$1 + i_{real} = (1 + i_{efet}) / (1 + i_{infl})$$

$$1 + i_{real} = (1 + 0{,}22) / (1 + 0{,}12)$$

$$i_{real} = (1{,}22 / 1{,}12) - 1$$

$$i_{real} = 0{,}0893 = 8{,}93\% \text{ a.a.}$$

O Valor do Dinheiro no Tempo

JUROS

É a remuneração do capital de terceiros

Estimulam as pessoas a fazer poupança e a controlar o consumo.

As taxas seguem a lei da oferta e procura de recursos financeiros.

As taxas de juros são expressas em unidades de tempo:

ao dia (a.d.)	0,32% ao dia
ao mês (a.m.)	10% ao mês
ao trimestre (a.t.)	33,1% ao trimestre
ao semestre (a.s.)	77,16% ao semestre
ao ano (a.a.)	213,84% ao ano

JUROS E TAXAS DE JUROS

Juros Simples x Juros Compostos

Juros Simples: Os juros são calculados sobre o valor presente.

Juros Compostos: São os chamados "Juros sobre juros"

Taxas Pré-fixadas x Taxas Pós-fixadas

Taxa de juros pré-fixada: quando é determinada no contrato (3% ao mês durante 90 dias)

Taxa de juros pós-fixada: quando o valor efetivo do juro é calculado somente após o reajuste da base de cálculo. (IGPM + 10% ao ano por 180 dias)

O Valor do Dinheiro no Tempo

JUROS

Estrutura da Taxa de Juros

- Taxa de Risco
- Taxa Livre de Risco
- Correção Monetária (Inflação)

} Taxa de Juro Real (iR)

} Taxa Bruta de Juro (iA)

JUROS SIMPLES

Juros Simples: Usados no curto prazo em países com economia estável

$$J = P \cdot i \cdot n$$

$$F = P + J$$

J = juros P = capital inicial (principal) F = montante

i = taxa de juros n = prazo (tempo)

Exemplo: Calcular o montante de um capital de $100.000, aplicado por seis meses, à taxa de juros simples de 2% a.m.

J = 100.000 x 0,02 x 6 = $ 12.000 F = 100.000 + 12.000 = $ 112.000

JUROS COMPOSTOS

Juros Compostos: É o tipo de juros usado. É o "juros sobre juros".

$$J = P \cdot [(1 + i)^n - 1]$$

$$F = P \cdot (1 + i)^n$$

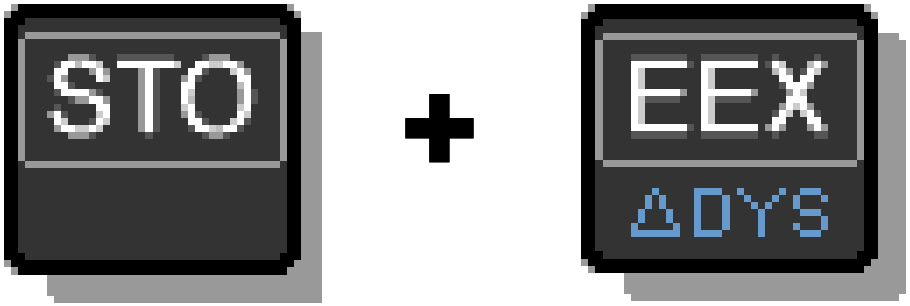
J = juros P = capital inicial (principal) F = montante

i = taxa de juros n = prazo (tempo)

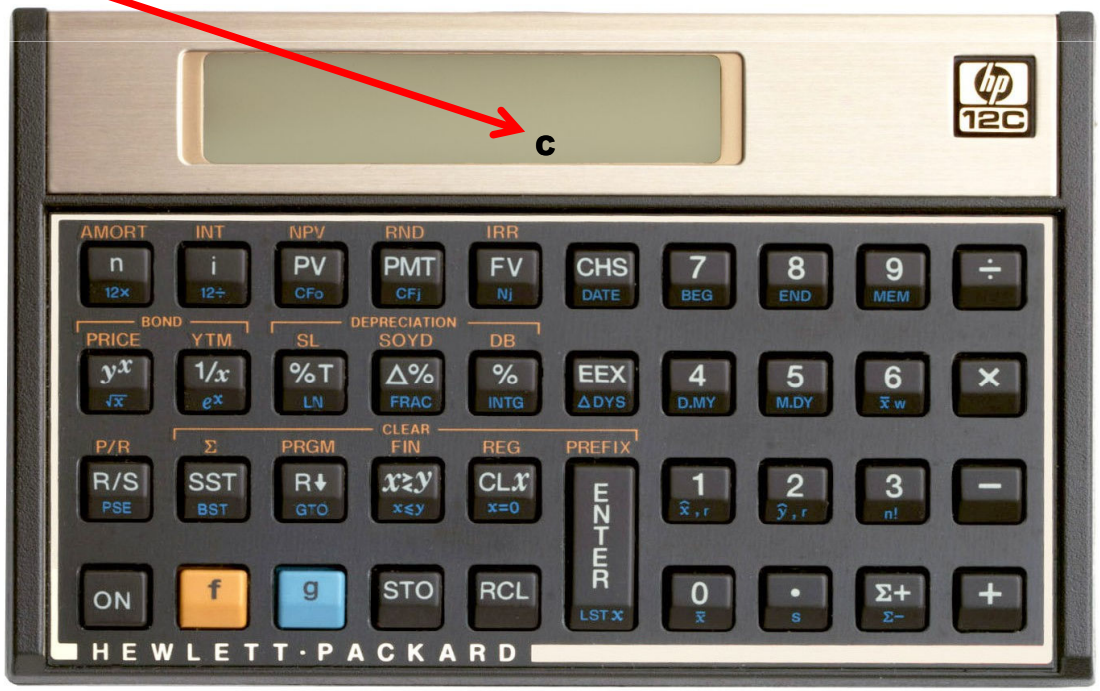
Exemplo: Calcular o montante de um capital de $100.000, aplicado por seis meses, à taxa de juros compostos de 2% a.m.

$$F = 100.000 \times (1+0,02)^6 = \$\ 112.616,24$$

O Valor do Dinheiro no Tempo

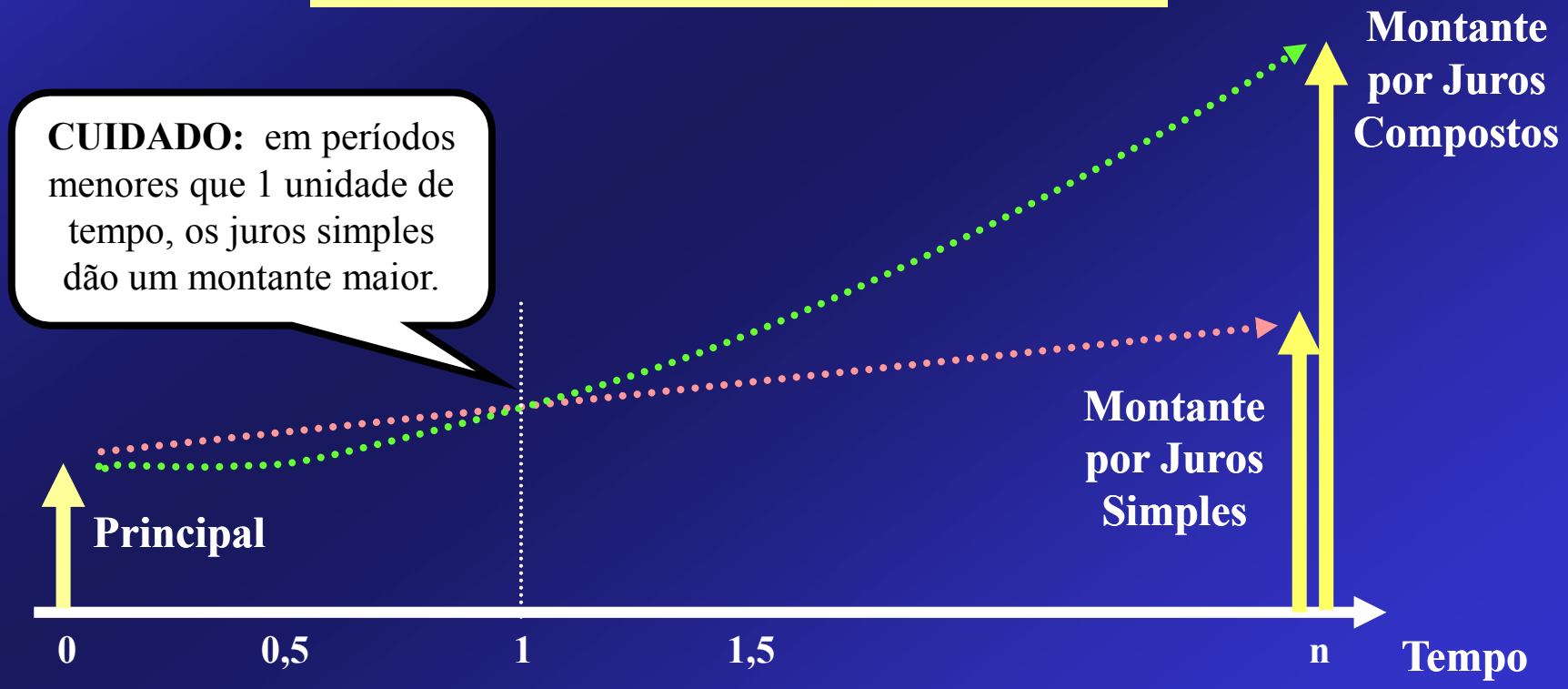


Para ativar



JUROS SIMPLES x JUROS COMPOSTOS

Evolução do Valor Futuro



JUROS SIMPLES x JUROS COMPOSTOS

Antes do primeiro período de capitalização

Exemplo: Qual é o montante a ser pago em um empréstimo de $100.000,00, pelo prazo de 15 dias, a uma taxa de 30% ao mês?

JUROS SIMPLES

$J = P \cdot i \cdot n$

$J = 100.000 \cdot 0,3 \cdot (15/30)$

$J = \$15.000,00$

JUROS COMPOSTOS

$F = P \cdot (1 + i)^n$

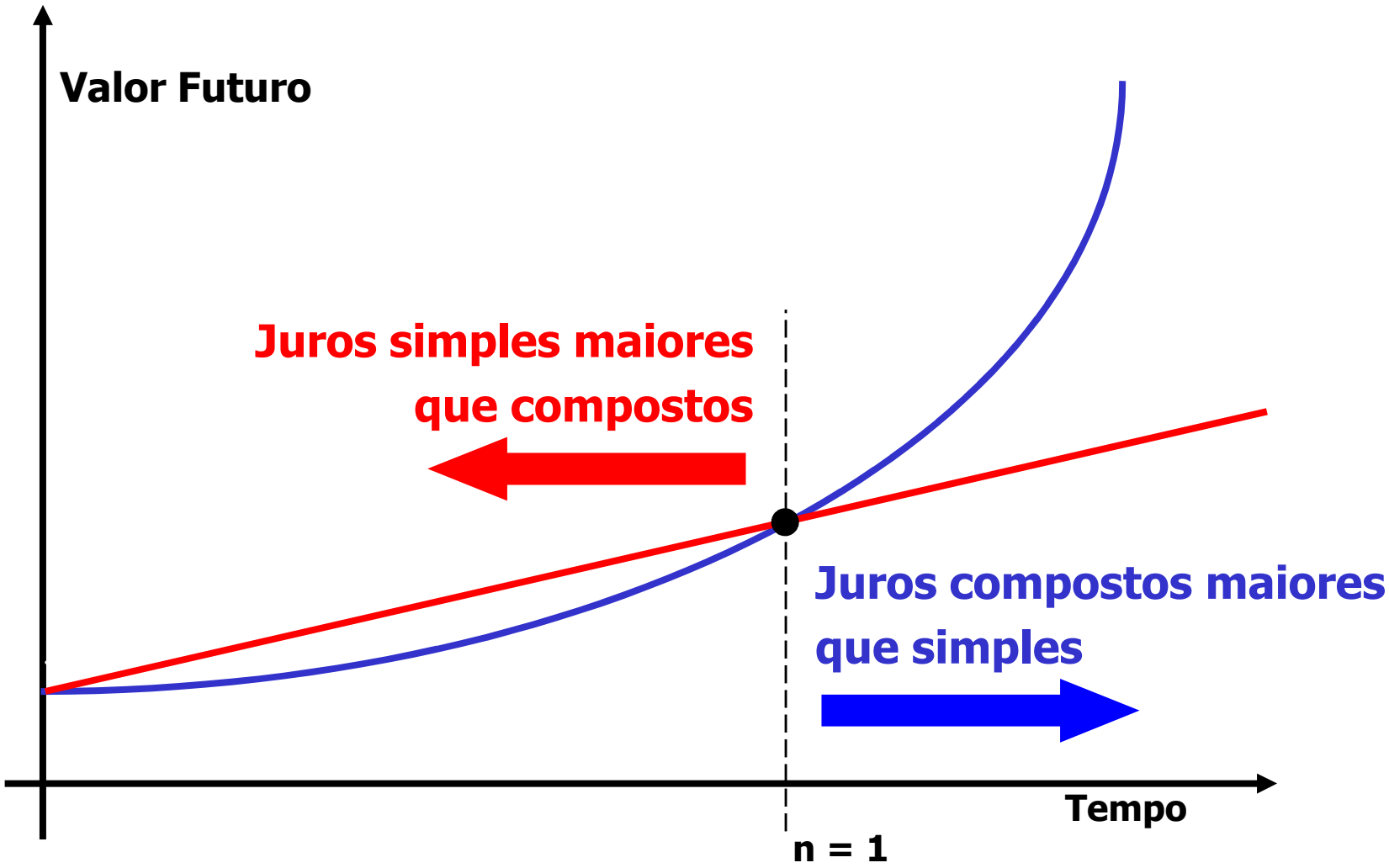
$F = 100.000 \cdot (1 + 0,3)^{15/30}$

$F = 100.000 \cdot 1,3^{15/30}$

$F = \$115.000,00$ (montante maior) > $F = \$114.017,5425$ (montante menor)

CONCLUSÃO: Antes do primeiro período de capitalização o montante por juros simples é maior do que o obtido por juros compostos.

O Valor do Dinheiro no Tempo



O Valor do Dinheiro no Tempo

JUROS SIMPLES x JUROS COMPOSTOS

$n < 1$

- Juros simples são maiores que juros compostos

$n = 1$

- Juros simples são iguais aos juros compostos

$n > 1$

- Juros compostos são maiores que juros simples

JUROS SIMPLES x JUROS COMPOSTOS

Simulação a 5,0202% ao mês

Mês	Taxa de Juros Simples	Taxa de Juros Compostos
0	0,00%	0,00%
0,5	2,51%	2,48%
1	5,02%	5,02%
2	10,04%	10,29%
3	15,06%	15,83%
4	20,08%	21,64%
⋮	⋮	⋮
11	55,22%	71,40%
12	60,24%	80,00%

ABREVIAÇÕES

Nomenclaturas Distintas (variações conforme o autor)

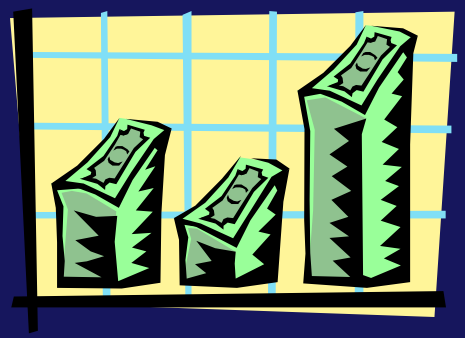
P = Principal (P, VP, PV, C)

F = Montante (F, VF, FV, S, M)

A = Prestação (A, R, PMT)

i = Taxa de Juros

n = Período ou Prazo

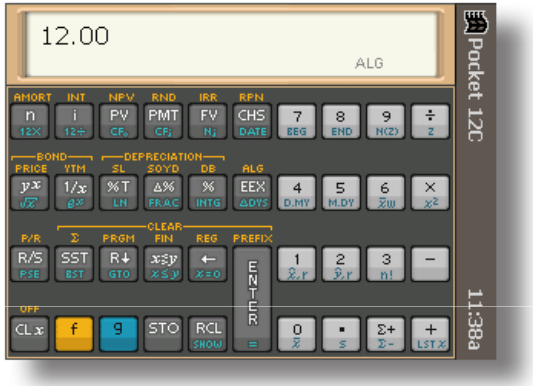


O Valor do Dinheiro no Tempo

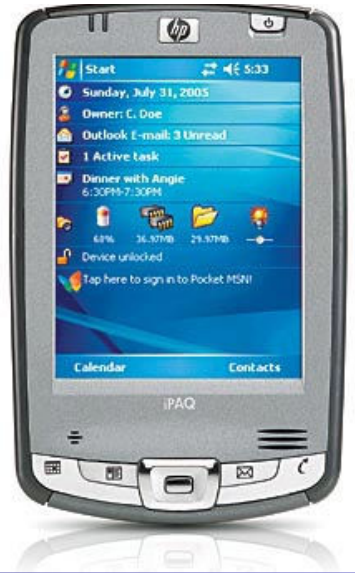
Usando a Calculadora Financeira HP-12c

O Valor do Dinheiro no Tempo

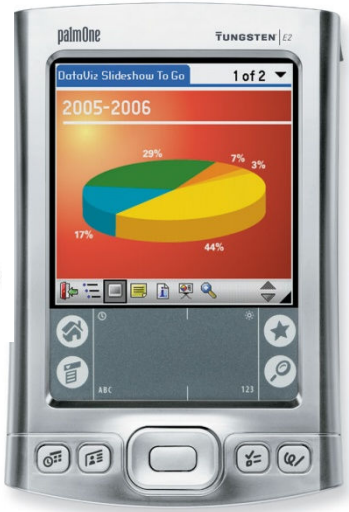
PDA's (Pocket PC e Palm)



Windows Mobile



palm



O Valor do Dinheiro no Tempo

TABLET

Apple iPad 4

Samsung Galaxy Tab 2 7.0

JUROS, MONTANTE e CAPITAL

1) Uma empresa aplica $ 300.000 em um fundo de investimento a uma taxa de 12% a.a. Qual será o montante (valor futuro) daqui a 5 anos?

Resposta: F = $ 528.702,5050

2) A empresa Alfa tem uma dívida de $ 350.000 a ser paga daqui a seis meses. Quanto a empresa deverá pagar sabendo-se que no contrato constava a taxa de juros de 5% ao mês?

Resposta: F = $ 469.033,4742

3) Quanto deve ser aplicado hoje, em um fundo de investimento (i = 0,02 ao mês), para que daqui a 24 meses se tenha um montante de $ 220.000?

Resposta: P = $ 136.778,7273

Anuidades ou Séries

Disciplina de ADMINISTRAÇÃO E ECONOMIA

Retornar

Anuidades ou Séries

DEFINIÇÃO

Anuidades, Rendas Certas, Série de Pagamentos

Corresponde a toda e qualquer sequência de entradas ou saídas de caixa com o objetivo de amortizar uma dívida ou de capitalizar um montante.

CLASSIFICAÇÃO DAS SÉRIES

1) **Quanto ao Tempo:**

- Temporária (pagamentos ou recebimentos por tempo determinado)
- Infinita (os pagamentos ou recebimentos se perpetuam – *ad eternum*)

2) **Quanto à Periodicidade:**

- Periódica (intervalo de tempo iguais ou constantes)
- Não Periódica (intervalos de tempo variáveis ou irregulares)

3) **Quanto ao Valor das Prestações:**

- Fixos ou Uniformes (todos os valores são iguais)
- Variáveis (os valores variam, são distintos)

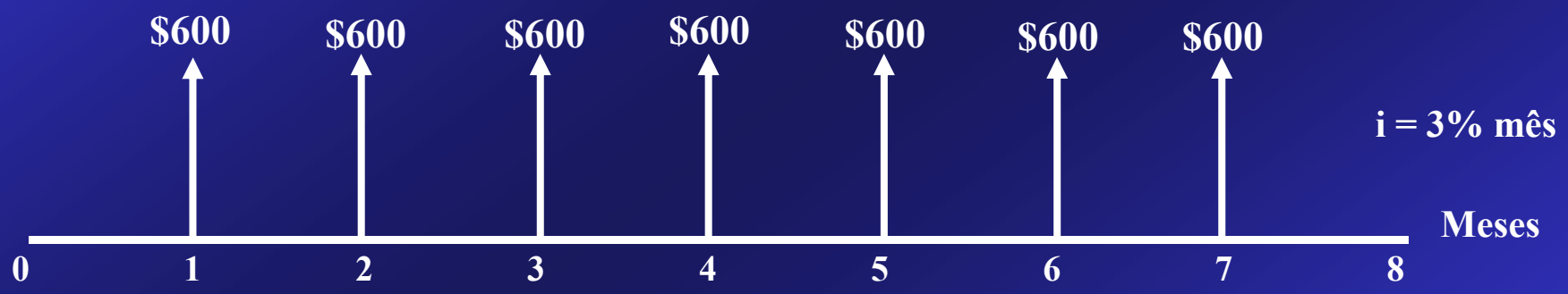
4) **Quanto ao Momento dos Pagamentos:**

- Antecipadas (o 1º pagamento ou recebimento está no momento "zero")
- Postecipadas (as prestações ocorrem no final dos períodos)

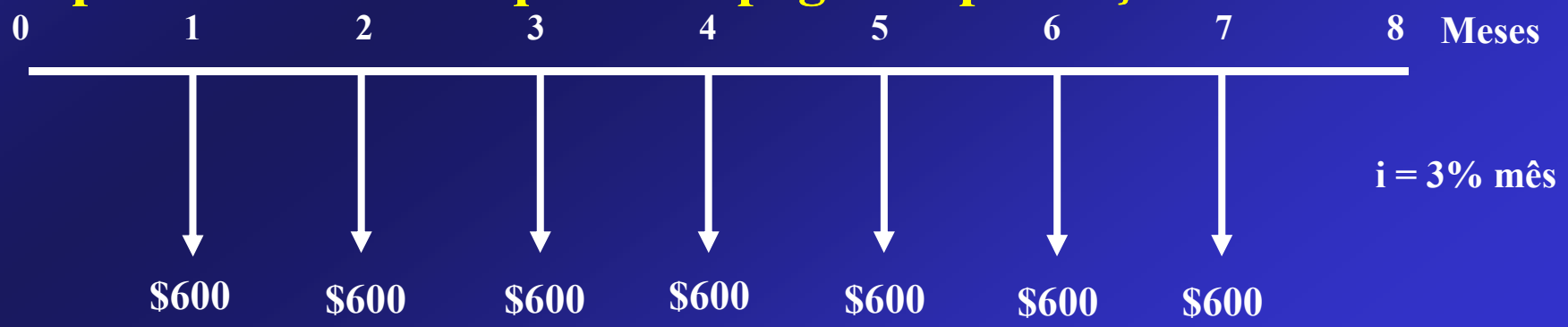
Anuidades ou Séries

SÉRIES UNIFORMES

Do ponto de vista de quem vai receber as prestações



Do ponto de vista de quem vai pagar as prestações

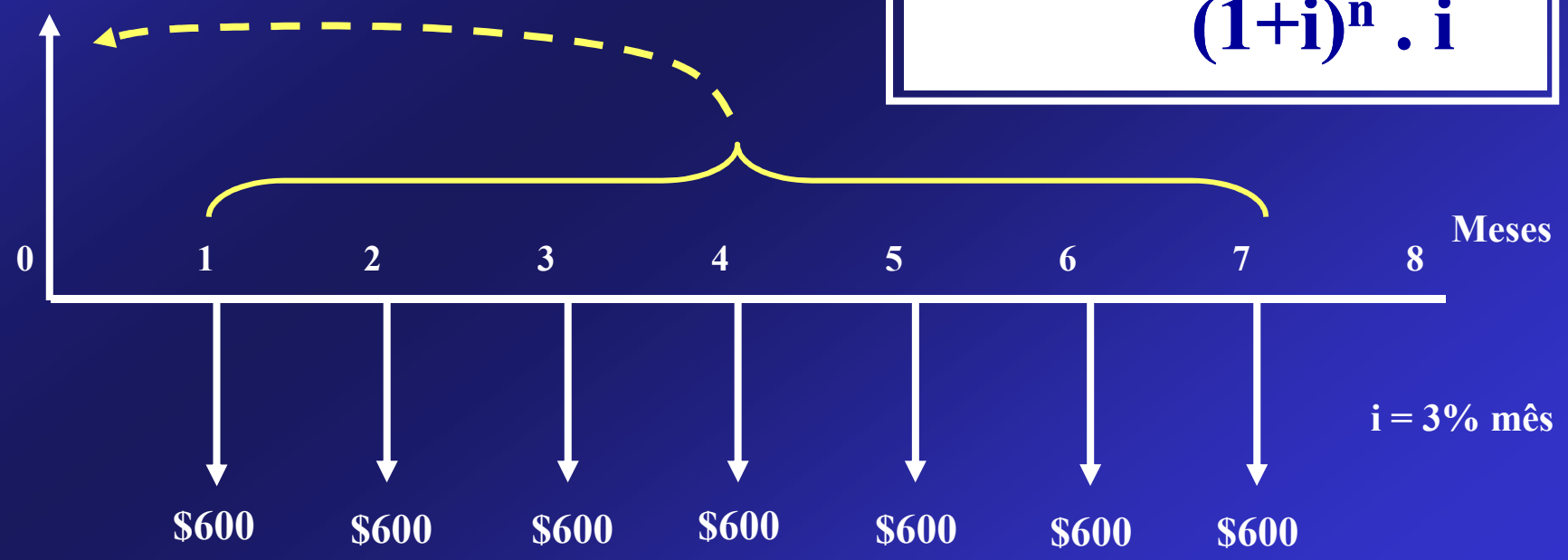


Anuidades ou Séries

Cálculo do Valor Presente

Série de Pagamento Postecipada

$$P = A \cdot \frac{((1+i)^n - 1)}{(1+i)^n \cdot i}$$

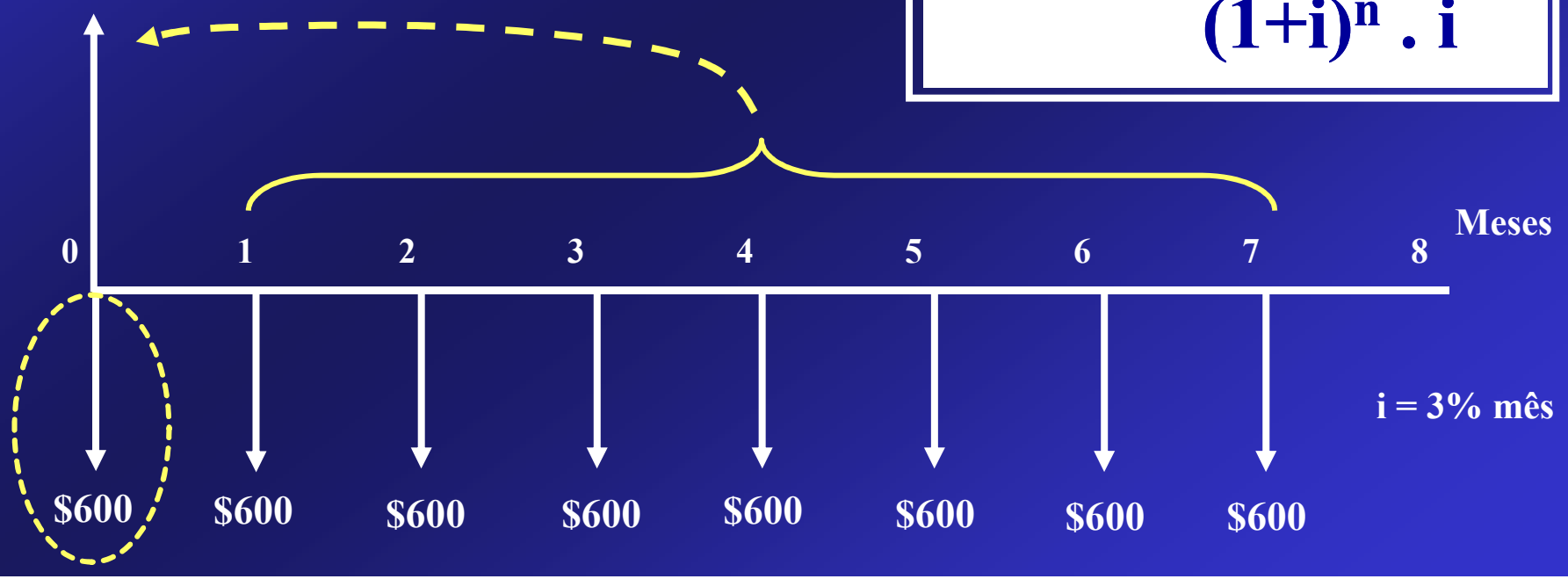


Anuidades ou Séries

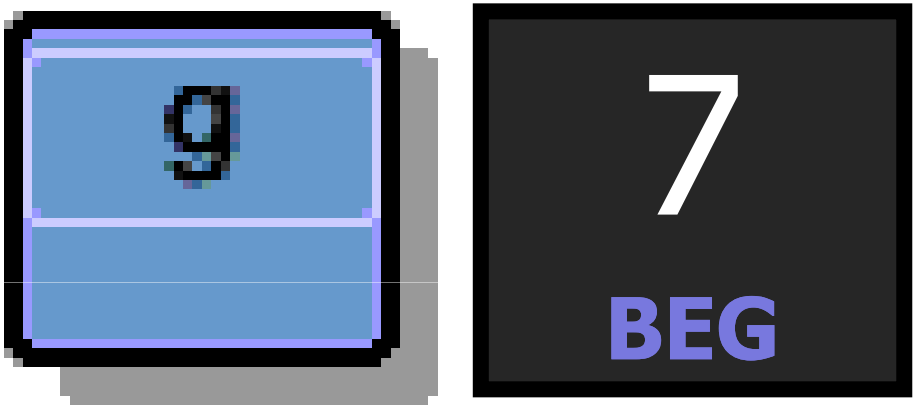
Cálculo do Valor Presente

Série de Pagamento Antecipada

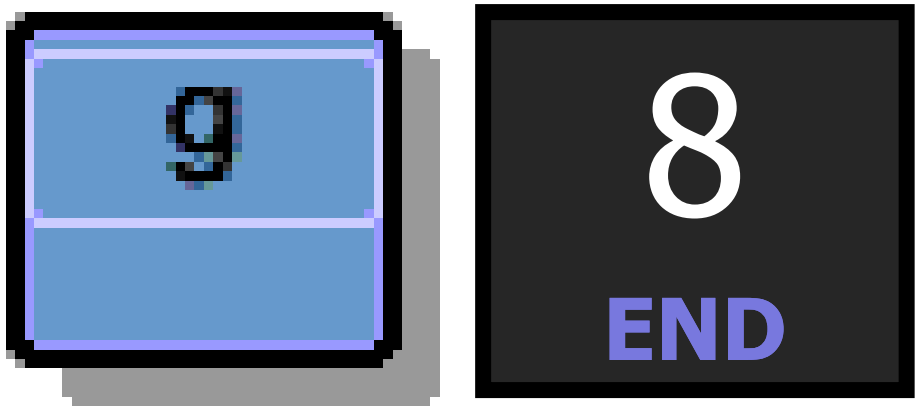
$$P = A \cdot \left(\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i} \right)$$



Na Calculadora HP 12C



Begin = Começo
Antecipado
Com entrada
Flag no visor



End = Final
Postecipado
Sem entrada
Sem Flag no visor

Exemplo de Série Postecipada

1) Calcular o valor de um financiamento a ser quitado através de seis pagamentos mensais de $1500,00, vencendo a primeira parcela a 30 dias da liberação dos recursos, sendo de 3,5% a.m. a taxa de juros negociada na operação.

Dados: P = ? n = 6 meses i = 3,5% a.m. A = $1500,00

f		REG			g			END	
6		n			3	,	5		i
1	5	0	0		CHS			PMT	
PV									

Resposta: $7.992,829530 **Série de Pagamento Postecipada**

Exemplo de Série Antecipada

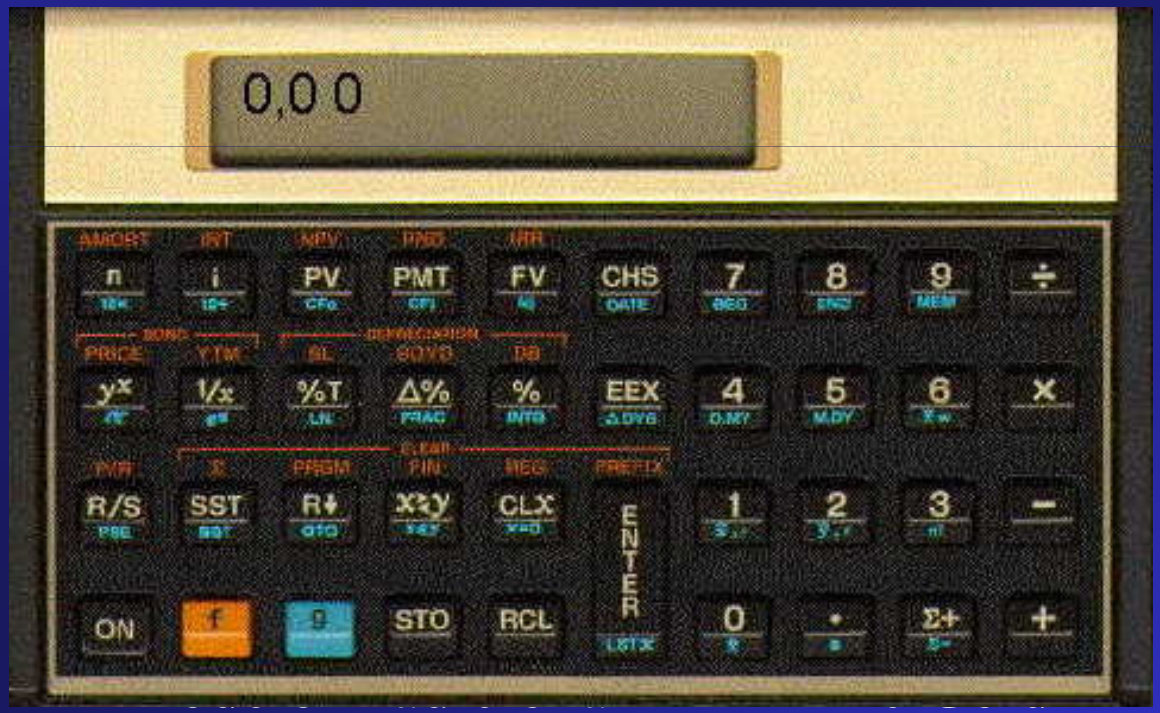
2) Calcular o valor de um financiamento a ser quitado através de quatro pagamentos mensais de $2300,00, vencendo a primeira parcela no ato da liberação dos recursos, sendo de 4,2% a.m. a taxa de juros negociada na operação.

Dados: P = ? n = 4 meses i = 4,2% a.m. A = $2300,00

f		REG		g		BEG	
4		n		4	, 2	i	
2	3	0	0	CHS		PMT	
PV							

Resposta: $8.658,558274 **Série de Pagamento Antecipada**

Emulador da Calculadora HP-12c



Descontos

Disciplina de ADMINISTRAÇÃO E ECONOMIA

Retornar

Descontos

DEFINIÇÃO

É o custo financeiro do dinheiro pago em função da antecipação de recurso, ou seja, **DESCONTO É O ABATIMENTO FEITO** no valor nominal de uma dívida, quando ela é negociada antes de seu vencimento.

Vencimento	Prazo de Antecipação de Recursos	Antes do Vencimento
⇓	⇓	⇓
Valor Nominal	(-) Desconto	= Valor Atual

TIPOLOGIA DOS DESCONTOS

- DESCONTO
  - SIMPLES
    - RACIONAL
    - COMERCIAL ou BANCÁRIO
  - COMPOSTO
    - RACIONAL
    - COMERCIAL ou BANCÁRIO

SIGLAS USADAS EM DESCONTOS

DRS = Desconto Racional Simples

DBS = Desconto Bancário Simples

DRC = Desconto Racional Composto

DBC = Desconto Bancário Composto

Siglas
- Vn = Valor nominal
- Va = Valor atual
- id = Taxa de desconto
- nd = Período do desconto

DESCONTOS SIMPLES

- DESCONTO RACIONAL SIMPLES OU "POR DENTRO"

Não é muito usado no Brasil

É mais interessante para quem solicita o desconto

$$DRS = (Vn \cdot id \cdot nd) / (1 + id \cdot nd)$$

ou

$$DRS = Va \cdot id \cdot nd$$

- DESCONTO BANCÁRIO OU COMERCIAL OU "POR FORA"

Muito usado nas operações comerciais e bancárias

É mais interessante para quem empresta o dinheiro (Banco)

$$DBS = Vn \cdot id \cdot nd$$

COMPARAÇÃO DOS TIPOS DE DESCONTOS SIMPLES

DESCONTO RACIONAL SIMPLES (DRS) x DESCONTO BANCÁRIO SIMPLES (DBS)

DRS (Va maior que DBS)

O Valor Nominal é o montante do Valor Atual.

A taxa de juros é aplicada sobre o Valor Atual.

$$Va = Vn / (1 + id \cdot nd)$$

$$DRS = Va \cdot id \cdot nd$$

$$DRS = Vn - Va$$

$\neq$

DBS (Va menor que DRS)

O Valor Nominal não é o montante do Valor Atual.

A taxa de juros é aplicada sobre o Valor Nominal.

$$Va = Vn \cdot (1 - id \cdot nd)$$

$$DBS = Vn \cdot id \cdot nd$$

$$DBS = Vn - Va$$

Descontos

DESCONTO RACIONAL SIMPLES OU "POR DENTRO"

Um valor nominal de $25.000,00 é descontado 2 meses antes do seu vencimento, à taxa de juros simples de 2,5% ao mês. Qual é o desconto racional simples?

DADOS: Vn = $25.000,00 nd = 2 meses id = 2,5% ao mês DRS = ?

$$DRS = (Vn \cdot id \cdot nd) / (1 + id \cdot nd)$$

$$DRS = (25000 \cdot 0{,}025 \cdot 2) / (1 + 0{,}025 \cdot 2)$$

$$DRS = \$1.190{,}4761$$

O título será pago no valor de $23.809,5239 ($25000,00 - $1190,4761)

Descontos

DESCONTO BANCÁRIO SIMPLES, COMERCIAL OU "POR FORA"

Um título de valor nominal de $25.000,00 é descontado 2 meses antes do seu vencimento, à taxa de juros simples de 2,5% ao mês. Qual é o desconto bancário simples?

DADOS: Vn = $25.000,00 nd = 2 meses id = 2,5% ao mês DBS = ?

$$DBS = Vn \cdot id \cdot nd$$

$$DBS = 25000 \cdot 0{,}025 \cdot 2$$

$$DBS = \$1.250{,}00$$

O título será pago no valor de $23.750,00 ($25000,00 - $1250,00)

DESCONTOS COMPOSTOS

- DESCONTO RACIONAL COMPOSTO OU "POR DENTRO"

Conceito teoricamente correto, mas não utilizado.

$$DRC = Vn \,.\, (1 - (1 / (1 + id)^{nd}))$$

- DESCONTO BANCÁRIO COMPOSTO OU COMERCIAL OU "POR FORA"

Conceito sem fundamentação teórica, mas utilizado no mercado financeiro.

$$DBC = Vn \,.\, (1 - (1 - id)^{nd})$$

Descontos

DESCONTO RACIONAL COMPOSTO OU "POR DENTRO"

Um valor nominal de $25.000,00 é descontado 2 meses antes do seu vencimento, à taxa de juros compostos de 2,5% ao mês. Qual é o desconto racional composto?

DADOS: Vn = $25.000,00 nd = 2 meses id = 2,5% ao mês DRC = ?

$$DRC = Vn \,.\, (1 - (1 / (1 + id)^{nd}))$$

$$DRC = 25000 \,.\, (1 - (1 / (1 + 0{,}025)^{2}))$$

$$DRC = \$1204{,}6401$$

O título será pago no valor de $23795,3599 ($25000 – $1204,6401)

Descontos

DESCONTO BANCÁRIO COMPOSTO OU "POR FORA"

Um valor nominal de $25.000,00 é descontado 2 meses antes do seu vencimento, à taxa de juros compostos de 2,5% ao mês. Qual é o desconto bancário composto?

DADOS: Vn = $25.000,00 nd = 2 meses id = 2,5% ao mês DBC = ?

$$DBC = Vn \,.\, (1 - (1 - id)^{nd}))$$

$$DBC = 25000 \,.\, (1 - (1 - 0{,}025)^{2}))$$

$$DBC = \$1234{,}3750$$

O título será pago no valor de $23765,6250 ($25000 – $1234,3750)

DESCONTOS SIMPLES x COMPOSTOS

COMPARAÇÃO DOS TIPOS DE DESCONTOS

DESCONTO RACIONAL SIMPLES

Va em DRS = $ 23.809,5239 ⇨ **Maior Valor Atual**

DESCONTO BANCÁRIO SIMPLES

Va em DBS = $ 23.750,0000 ⇨ **Menor Valor Atual**

DESCONTO RACIONAL COMPOSTO

Va em DRC = $ 23.795,3599

DESCONTO BANCÁRIO COMPOSTO

Va em DBC = $ 23.765,6250

Amortização

Disciplina de ADMINISTRAÇÃO E ECONOMIA

Retornar

Amortização

Noções Introdutórias

Quando um empréstimo é realizado/contraído, o tomador de recursos (pessoa física/jurídica) e o emprestador de recursos (normalmente Banco) combinam de que forma o empréstimo será pago (os recursos devolvidos).

Existem várias formas de amortização/pagamento:

- SAC – Sistema de Amortização Constante;
- Prestações Constantes ou Método Francês (Price);
- Sistema Americano.

Amortização

Termos Técnicos

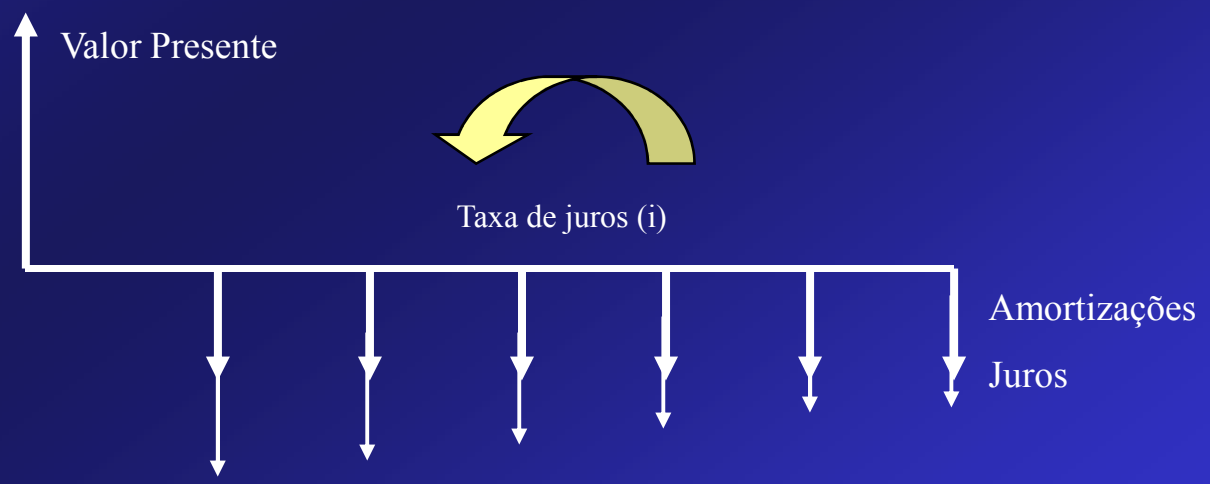
- **Capital Financiado**
  - ⇒ Saldo Devedor Inicial
- **Amortizar**
  - ⇒ Pagar/devolver o capital financiado

- **Planilha**
  - ⇒ Conjunto dos dados do contrato de forma sistematizada
- **Desembolso**
  - ⇒ Valor a ser pago pelo devedor
    (Juros + Capital amortizado + Correção Monetária)

SISTEMA SAC

Características:

- A amortização é CONSTANTE (uniforme);
- Os juros incidem sobre o saldo devedor (decai com o tempo);
- O valor da prestação é decrescente (decai com o tempo).



Amortização

PLANILHA DO FINANCIAMENTO

Sistema de Amortizações Constantes - SAC

n	Saldo Devedor Inicial	Juros	Amortização	Total	Saldo Devedor Final
1	60.000				
2					
3					

Observação: valores em $, 3 parcelas e taxa de juros de 10% a.m.

Amortização

PLANILHA DO FINANCIAMENTO

Sistema de Amortizações Constantes - SAC

n	Saldo Devedor Inicial	Juros	Amortização	Total	Saldo Devedor Final
1	60.000		(20.000)		40.000
2	40.000		(20.000)		20.000
3	20.000		(20.000)		-

Observação: valores em $, 3 parcelas e taxa de juros de 10% a.m.

Amortização

PLANILHA DO FINANCIAMENTO

Sistema de Amortizações Constantes - SAC

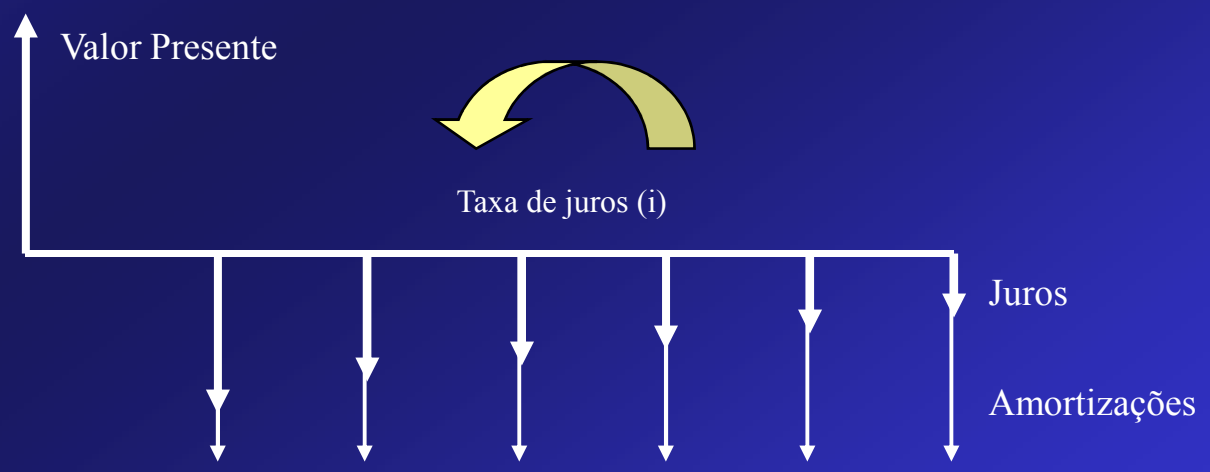
n	Saldo Devedor Inicial	Juros	Amortização	Total	Saldo Devedor Final
1	60.000	(6.000)	(20.000)	(26.000)	40.000
2	40.000	(4.000)	(20.000)	(24.000)	20.000
3	20.000	(2.000)	(20.000)	(22.000)	-

Observação: valores em $, 3 parcelas e taxa de juros de 10% a.m.

SISTEMA DE PRESTAÇÕES CONSTANTES

Características:

- A amortização é crescente (aumenta com o tempo);
- Os juros incidem sobre o saldo devedor (decai com o tempo);
- O valor da prestação é CONSTANTE (uniforme).



Amortização

PLANILHA DO FINANCIAMENTO

Sistema de Prestações Constantes – Price ou Francês

n	Saldo Devedor Inicial	Juros	Amortização	Total	Saldo Devedor Final
1	60.000				
2					
3					

Observação: valores em $, 3 parcelas e taxa de juros de 10% a.m.

Amortização

PLANILHA DO FINANCIAMENTO

Sistema de Prestações Constantes – Price ou Francês

n	Saldo Devedor Inicial	Juros	Amortização	Total	Saldo Devedor Final
1	60.000			(24.126,89)	
2				(24.126,89)	
3				(24.126,89)	

Observação: valores em $, 3 parcelas e taxa de juros de 10% a.m.

Amortização

PLANILHA DO FINANCIAMENTO

Sistema de Prestações Constantes – Price ou Francês

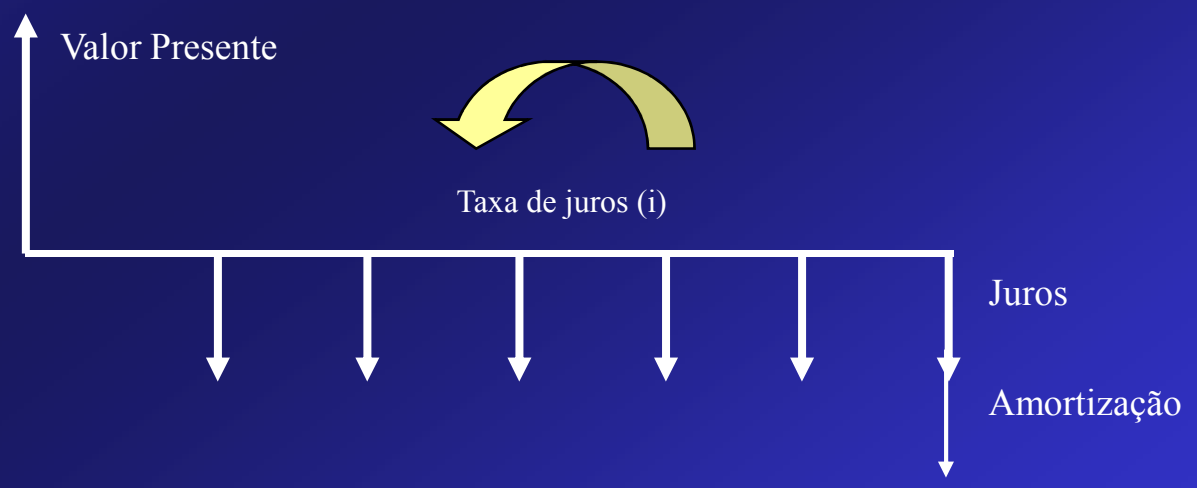
n	Saldo Devedor Inicial	Juros	Amortização	Total	Saldo Devedor Final
1	60.000	(6.000)	(18.126,89)	(24.126,89)	41.873,11
2	41.873,11	(4.187,31)	(19.939,58)	(24.126,89)	21.933,53
3	21.933,53	(2.193,35)	(21.933,53)	(24.126,89)	-

Observação: valores em $, 3 parcelas e taxa de juros de 10% a.m.

SISTEMA AMERICANO

Características:

- A amortização é paga no final (com a última prestação);
- Os juros são constantes (uniforme);
- O valor da última prestação difere das demais.



Amortização

PLANILHA DO FINANCIAMENTO

Sistema Americano

n	Saldo Devedor Inicial	Juros	Amortização	Total	Saldo Devedor Final
1	60.000				
2					
3					

Observação: valores em $, 3 parcelas e taxa de juros de 10% a.m.

Amortização

PLANILHA DO FINANCIAMENTO

Sistema Americano

n	Saldo Devedor Inicial	Juros	Amortização	Total	Saldo Devedor Final
1	60.000	(6.000)	-	(6.000)	60.000
2	60.000	(6.000)	-	(6.000)	60.000
3	60.000	(6.000)	(60.000)	(66.000)	-

Observação: valores em $, 3 parcelas e taxa de juros de 10% a.m.

Amortização

Sistema Americano

Com a presença de coupons periódicos (Debêntures)

Amortização

Componentes das Debêntures

VALOR NOMINAL

$200.000,00

VENCIMENTO

2 ANOS

COUPON 10.000,00
1º SEMESTRE

COUPON 10.000,00
2º SEMESTRE

COUPON 10.000,00
3º SEMESTRE

COUPON 10.000,00
4º SEMESTRE

Coupons periódicos

Factoring

Disciplina de ADMINISTRAÇÃO E ECONOMIA

Retornar

O que é uma operação de *Leasing*?

Leasing **= Arrendamento Mercantil**

➡ **Operação em que o possuidor de um bem (arrendador) cede a terceiro (arrendatário, cliente) o uso deste bem, recebendo em troca uma contraprestação.**

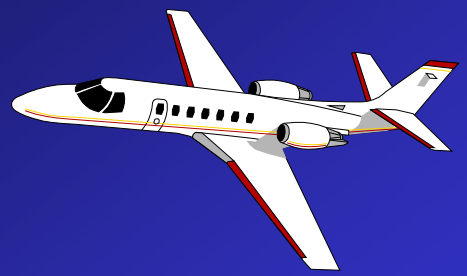
Pessoas físicas e jurídicas podem contratar uma operação de *leasing*.

Ao final do contrato de arrendamento, o arrendatário pode:

- **comprar o bem por valor previamente contratado;**
- **renovar o contrato por um novo prazo, tendo como principal um valor residual;**
- **devolver o bem ao arrendador.**

Prazos Mínimos de um Contrato de *Leasing*

2 ANOS	⇨	Bens com vida útil de até 5 anos
3 ANOS	⇨	Bens com vida útil superior a 5 anos



Não é permitida a "quitação"do contrato de *leasing* antes desses prazos.

A opção de compra só pode ser feita no final do contrato.

IOF nas Operações de *Leasing*

O IOF não incide nas operações de Leasing.

Há o ISS (Imposto Sobre Serviços)

Responsabilidade pelas Despesas Adicionais

Seguros, manutenção, registro de contrato, ISS

Serão pagas ou pelo arrendatário ou pelo arrendador, dependendo do que foi pactuado no contrato.

Site do Banco Central do Brasil → http://www.bcb.gov.br

Cálculo das Prestações de *Leasing*

$$A = \left(P - \frac{P \cdot i_r}{(1+i)^n} \right) \cdot \left(\frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} \right)$$

A = Prestação de *Leasing*

P = Valor do bem

i = Taxa de financiamento

i_r = Taxa do valor residual

n = Prazo da operação

Cálculo das Prestações de *Leasing*

Exemplo:

Um automóvel no valor de $18.500,00 está sendo adquirido através de uma operação de *leasing* com uma taxa de 2% ao mês, durante o período de 36 meses. O valor residual definido no ato da contratação será de 5% sobre o valor do automóvel, para ser pago com a prestação nº 36. Calcular o valor da prestação com e sem o valor residual.

A	Prestação de *Leasing*	?
P	Valor do bem	$ 18.500,00
i	Taxa de financiamento	2% ao mês = 0,02
i_r	Taxa do valor residual	5% = 0,05
n	Prazo da operação	36 meses

Cálculo com a HP-12C

f	REG			
18.500	CHS	PV		
		ENTER		
5	%	CHS	FV	
2	i			
36	n			
	PMT		$ 708,02	(Prestação com valor residual)
0	FV			
	PMT		$ 725,81	(Prestação sem valor residual)

BIBLIOGRAFIA

ALBERTON, A.; DACOL, S. **HP12-C Passo a Passo**. 3.ed. Florianópolis: Bookstore, 2006.

BRUNI, A. L.; FAMÁ, R. **A Matemática das Finanças:** com aplicações na HP-12C e Excel. Série desvendando as finanças. 1.ed. São Paulo: Atlas, v.1., 2003.

CASTELO BRANCO, A. C. **Matemática Financeira Aplicada**: Método algébrico, HP-12C, Microsoft Excel. 1.ed. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2005.

CRESPO, A. A. **Matemática Financeira Fácil.** 14.ed. São Paulo: Saraiva, 2010.

GITMAN, L. J. **Princípios de Administração Financeira**. 11.ed. São Paulo: Harbra, 2006.

GUERRA, F. **Matemática Financeira através da HP-12C**. 3.ed. Florianópolis: UFSC, 2003.

HOJI, M. **Administração Financeira**: Uma abordagem prática. 5.ed. São Paulo: Atlas, 2005.

PUCCINI, A.L. **Matemática Financeira Objetiva e Aplicada**. 7.ed. São Paulo: Saraiva, 2004.

TOSI, A. J. **Matemática Financeira**: com utilização da HP-12C. 1.ed. São Paulo: Atlas, 2004.

SAMANEZ, C. P.. **Matemática Financeira**: aplicações à análise de investimentos. 4.ed. São Paulo: Prentice Hall, 2006.

Retornar

BIBLIOGRAFIA

Matemática Financeira e Engenharia Econômica. Nivaldo Elias Pilão; Paulo Roberto Vampré. Editora: Pioneira Thomson Learning 2004.

Matemática Financeira. Washington Franco Mathias; José Maria Gomes. Editora: Atlas 2004.

Retornar